Construction and Architecture (2021) Vol. 9. Issue 3 (32): 14–18
DOI: 10.29039/2308-0191-2021-9-3-14–18


# Расчет центрально сжатых трубобетонных колонн кольцевого сечения с учетом физической нелинейности

**УДК 624.04**

**Хашхожев Казбек Нарзанович**
аспирант кафедры «Сопротивление материалов» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет»
(г. Ростов-на-Дону, ул. Социалистическая, 162)
e-mail: kazbek_hash@mail.ru

**Аваков Артур Артурович**
кандидат технических наук, доцент кафедры «Сопротивление материалов» ФГБОУ ВО
«Донской государственный технический университет»
(г. Ростов-на-Дону, ул. Социалистическая, 162)
e-mail: streetdriving@mail.ru

**Аннотация:** В статье получены разрешающие уравнения для расчета с учетом физической нелинейности и ползучести центрально сжатых трубобетонных колонн кольцевого поперечного сечения. Приведены примеры расчета на несущую способность при кратковременном действии нагрузки. Решение выполнялось численно в среде Matlab с применением метода конечных разностей. В качестве закона деформирования бетона использована деформационная теория пластичности Г.А. Гениева.

**Ключевые слова:** трубобетон, кольцевое сечение, несущая способность, деформационная теория пластичности, метод конечных разностей, физическая нелинейность

**Введение.** По сравнению с традиционными железобетонными конструкциями трубобетонные колонны (ТБК) имеют ряд значительных преимуществ, но в то же время они имеют и недостатки, один из которых – отсутствие общепринятых методов расчета несущей способности ТБК с учетом эффекта поперечного обжатия бетона. Еще один существенный недостаток ТБК – отсутствие совместной работы в поперечном направлении между бетоном и стальной оболочкой в упругой стадии из-за более высокого коэффициента Пуассона стали. Чтобы избавиться от этого недостатка, в бетонном ядре создают предварительные напряжения бокового обжатия. Это обстоятельство должно быть отражено в расчетной модели.

Для обеспечения совместной работы стальной оболочки с бетоном на ранних стадиях нагружения А.Л. Кришаном предложено осуществлять предварительное напряжение бетонного ядра путем длительного прессования бетонной смеси с использованием специально разработанного пустотообразователя, либо путем последовательного вдавливания трех стальных трубок различного диаметра в бетонную смесь вдоль направляющего стержня, расположенного соосно с внешней оболочкой [1]. В этом случае колонна приобретает кольцевое поперечное сечение. В статьях [1-5] представлены методы расчета таких колонн, но они содержат эмпирические коэффициенты, что ограничивает возможность их применения к новым составам бетонов, другим материалам оболочки и т.д.

Целью данной работы выступает построение модели деформирования ТБК, основанной на наиболее общих уравнениях механики деформируемого твердого тела и свободной от эмпирических коэффициентов.

Вывод разрешающих уравнений. Элемент рассматриваемой конструкции показан на рис. 1.

**CALCULATION OF CENTRALLY COMPRESSED CONCRETE FILLED STEEL TUBULAR COLUMNS OF ANNULAR SECTION TAKING INTO ACCOUNT PHYSICAL NONLINEARITY**

**Kazbek Khashkhozhev**
postgraduate student of the department “Strength of materials”, Don State Technical University;
e-mail: kazbek_hash@mail.ru;
**Arthur Avakov**
Candidate of technical sciences, associate professor of the department “Strength of materials”, Don State Technical University;
e-mail: streetdriving@mail.ru;

**Abstract.** In the article, the resolving equations are obtained for the calculation taking into account the physical nonlinearity and creep of centrally compressed concrete filled steel tubular columns of annular cross-section. The examples of the calculation of the bearing capacity with a short-term load are given. The solution was carried out numerically in the Matlab environment using the finite difference method. The deformation theory of plasticity by G.A. Geniev was used.

**Keywords**: pipe concrete, annular section, bearing capacity, deformation theory of plasticity, finite difference method, physical nonlinearity

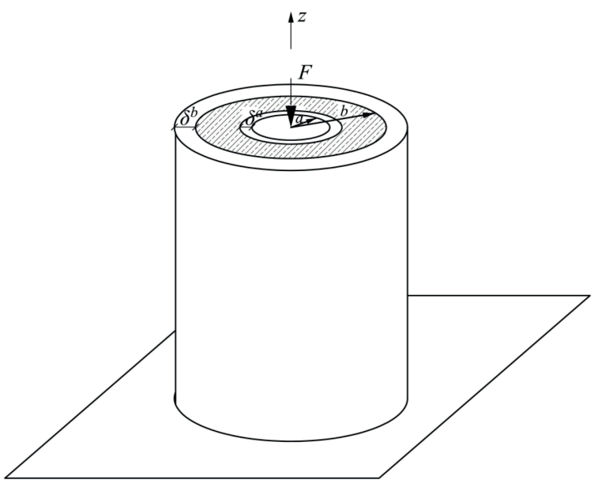


**Рис. 1.** Расчетная схема

Кольцевые напряжения во внутренней и внешней обойме можно вычислить по формулам:

$$\sigma_{s\theta}^{a} = -\frac{p_a a}{\delta^a}; \sigma_{s\theta}^{b} = \frac{p_b b}{\delta^b}, \tag{1}$$

где $a$ и $b$ – соответственно внутренний и внешний радиус бетонного ядра, $p_a$ и $p_b$ – внутреннее и внешнее контактное давление ($p_a = -\sigma_r(a)$, $p_b = -\sigma_r(b)$), $\delta^a$ и $\delta^b$ – толщина внутренней и внешней стальной оболочки.

При выводе разрешающих уравнений учтем наличие деформаций ползучести. Связь между напряжениями и деформациями в бетоне запишется в виде:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E}\left(\sigma_\theta - \nu\left(\sigma_r + \sigma_z\right)\right) + \varepsilon_\theta^*; \\ \varepsilon_r &= \frac{1}{E}\left(\sigma_r - \nu\left(\sigma_\theta + \sigma_z\right)\right) + \varepsilon_r^*; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E}\left(\sigma_z - \nu\left(\sigma_\theta + \sigma_r\right)\right) + \varepsilon_z^*, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\varepsilon_\theta^*$, $\varepsilon_r^*$, $\varepsilon_z^*$ – деформации ползучести.

При получении основного уравнения будем предполагать, что модуль упругости бетона является функцией от радиуса $r$. Бетон в обойме находится в условиях осесимметричной задачи, для которой справедливы следующие дифференциальные зависимости [6,7]:

$$\varepsilon_\theta' + \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{r} = 0; \quad \sigma_r' + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0. \tag{3}$$

Штрихом в формулах (3) обозначена производная по радиусу. Выразим из (2) напряжение $\sigma_z$:

$$\sigma_z = \nu\left(\sigma_\theta + \sigma_r\right) + E\left(\varepsilon_z - \varepsilon_z^*\right). \tag{4}$$

Продифференцируем далее равенство (4) по $r$:

$$\sigma_z' = \nu\left(\sigma_\theta' + \sigma_r'\right) - \left(E\varepsilon_z^*\right)' + E'\varepsilon_z + E\varepsilon_z'. \tag{5}$$

Будем считать, что все точки торцевого сечения трубобетонной колонны перемещаются одинаково, т.е. деформация $_z$ не зависит от $r$. Тогда равенство (5) перепишется в виде:

$$\sigma_z' = \nu\left(\sigma_\theta' + \sigma_r'\right) - \left(E\varepsilon_z^*\right)' + E'\varepsilon_z. \tag{6}$$

Выразим из (3) напряжение :

$$\sigma_\theta = r\sigma_r' + \sigma_r. \tag{7}$$

Подставим далее (7) в (5):

$$\sigma_z' = \nu\left(r\sigma_r'' + 3\sigma_r'\right) - \left(E\varepsilon_z^*\right)' + E'\varepsilon_z. \tag{8}$$

Подставив первое уравнение из (2) в первое уравнение из (3) с учетом (4) - (8), получим:

$$\sigma_r'' + \left(\frac{3}{r} - \frac{E'}{E}\right)\sigma_r' - \sigma_r\frac{1-2\nu}{Er(1-\nu)}E' = -\frac{E}{\left(1-\nu^2\right)r}\left((\varepsilon_\theta^*)' + \frac{\varepsilon_\theta^* - \varepsilon_r^*}{r} + \nu\left(\varepsilon_z^*\right)'\right). \tag{9}$$

Полученное уравнение совпадает с основным разрешающим уравнением для случая плоского деформированного состояния цилиндра [8,9]. Решение уравнения (9) выполняется численно методом конечных разностей. Перепишем данное уравнение в виде:

$$\sigma_r'' + \varphi(r)\sigma_r' + \psi(r)\sigma_r = f(r), \tag{10}$$

где

$$\varphi(r) = \left(\frac{3}{r} - \frac{E'}{E}\right), \psi(r) = -\frac{1-2\nu}{Er(1-\nu)}E', f(r) = -\frac{E}{\left(1-\nu^2\right)r}\left((\varepsilon_\theta^*)' + \frac{\varepsilon_\theta^* - \varepsilon_r^*}{r} + \nu\left(\varepsilon_z^*\right)'\right).$$

Интервал $[a; b]$ разбивается на $n$ отрезков. Разностная аппроксимация уравнения (10) для узлов с номерами $i = 2...n$ записывается в виде:

$$\frac{\sigma_{i+1} - 2\sigma_i + \sigma_{i-1}}{\Delta r^2} + \varphi\left(r_i\right)\frac{\sigma_{i+1} - \sigma_{i-1}}{2\Delta r} + \psi\left(r_i\right)\sigma_i = f\left(r_i\right). \tag{11}$$

В итоге имеем $n-1$ линейных уравнений с $n+1$ неизвестными. К этим уравнениям необходимо добавить условия на внутренней и внешней поверхности бетонного ядра, в качестве которых выступает равенство кольцевых деформаций бетона и стали. С учетом (4) представим кольцевую деформацию бетона в следующем виде:

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{E_1}\left(\sigma_\theta - \nu_1\sigma_r\right) + \varepsilon_\theta^* + \nu\varepsilon_z^* - \nu\varepsilon_z, \tag{12}$$

где $E_1 = \dfrac{E}{1-\nu^2}; \nu_1 = \dfrac{\nu}{1-\nu}.$

Приравнивая (12) к кольцевым деформациям трубы, с учетом (7), при r = a получим следующее условие:

$$\frac{1}{E_1}\left(a\sigma_r' + \sigma_r\left(1-\nu_1\right)\right) + \varepsilon_\theta^* + \nu\varepsilon_z^* - \nu\varepsilon_z = \tag{13}$$

$$= \frac{1}{E_s^a}\left(-\frac{p_a a}{\delta^a} - \nu_s^a\sigma_{sz}^a\right),$$

где $E_s^a$ и $\nu_s^a$ – соответственно модуль упругости и коэффициент Пуассона внутренней трубы.

Аналогично записываются условия при r = b:

$$\frac{1}{E_1}\left(b\sigma_r' + \sigma_r\left(1-\nu_1\right)\right) + \varepsilon_\theta^* + \nu\varepsilon_z^* - \nu\varepsilon_z = \tag{14}$$

$$= \frac{1}{E_s^b}\left(\frac{p_b b}{\delta^b} - \nu_s^b\sigma_{sz}^b\right).$$

Условия (13) и (14) содержат 3 дополнительные неизвестные: деформацию $z$ и напряжения $\sigma_{sz}^a$ и $\sigma_{sz}^b$, поэтому для решения задачи необходимы три дополнительных уравнения. Первые два уравнения – это условия совместности деформаций бетона и стальных труб вдоль оси z.

$$\varepsilon_z = \varepsilon_{sz}^a = \frac{1}{E_s^a}\left(\sigma_{sz}^a + \nu_s^a\frac{p_a a}{\delta^a}\right); \varepsilon_z = \varepsilon_{sz}^b = \frac{1}{E_s^b}\left(\sigma_{sz}^b - \nu_s^b\frac{p_b b}{\delta^b}\right). \tag{15}$$

Третье уравнение может быть получено из условия, что сжимающая сила F представляет сумму усилий, воспринимаемых бетоном и стальными оболочками:

$$F = F_b + F_s^a + F_s^b. \tag{16}$$

Усилия, воспринимаемые внутренней и внешней трубой, вычисляются как:

$$F_s^a = -\sigma_{sz}^a A_s^a, F_s^b = -\sigma_{sz}^b A_s^b, \quad 17)$$

где $A_s^a = 2\pi a\delta^a$, $A_s^b = 2\pi b\delta^b$.

Усилие, воспринимаемое бетоном, вычисляется следующим образом:

$$F_b = -2\pi\int_a^b \sigma_z r dr = -2\pi\nu\left(b^2\sigma_r\left(b\right) - a^2\sigma_r\left(a\right)\right) - \tag{18}$$

$$-\varepsilon_z \cdot 2\pi\int_a^b E\left(r\right) r dr + 2\pi\int_a^b \varepsilon_z^* r dr.$$

Таким образом, при делении интервала [a; b] на n отрезков задача сводится к n + 4 линейных алгебраических уравнений с n + 4 неизвестных.

Результаты и обсуждение. Расчет на кратковременное действие нагрузки выполнялся при следующих исходных данных: a = 0,05 м, b = 0,15 м,  a =  b = 1 мм, начальный модуль упругости бетона Eb0 = 3,25·104 МПа, прочность бетона при сжатии и растяжении Rb = = 22 МПа и Rbt = 1,8 МПа соответственно, предел текучести стали Rs = 400 МПа. В качестве зависимостей, устанавливающих связь между напряжениями и мгновенными деформациями бетона, использовались соотношения деформационной теории пластичности бетона Г.А. Гениева [10].

На рис. 2 показан график зависимости осевой деформации от нагрузки. Предельная нагрузка Fult в этом случае составила 1975 кН. Штриховая линия на рис. 2 показывает решение без учета поперечных деформаций бетона и стальной обоймы, которое дает значение Fult = 1610 кН.

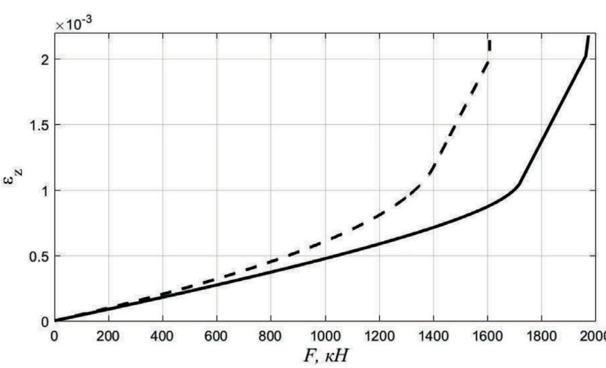


**Рис. 2.** Зависимость осевой деформации от нагрузки

Контактное давление между внутренней оболочкой и бетоном при низких уровнях нагружения положительно, но затем становится отрицательным. Между внешней оболочкой и бетоном, наоборот, при небольших нагрузках контактное давление отрицательное, и затем становится положительным. Графики изменения давлений pa и pb в зависимости от сжимающей силы приведены на рис. 3.

Совместная работа стальных оболочек с бетоном на ранних стадиях загружения может быть обеспечена путем создания предварительного обжатия бетона. Помимо обеспечения совместности поперечных деформаций бетона и стали предварительное напряжение приводит к увеличению несущей способности колонн за счет их работы в условиях объемного напряженного состояния.

Графики зависимости осевой деформации от величины сжимающей силы при различных уровнях предварительного напряжения, построенные при тех же исходных данных, как и ранее приведены на рис. 4. При уровне предварительного обжатия p0 = 3 МПа по сравнению с колонной без предварительного обжатия ядра прирост несущей способности составил 26,6%.

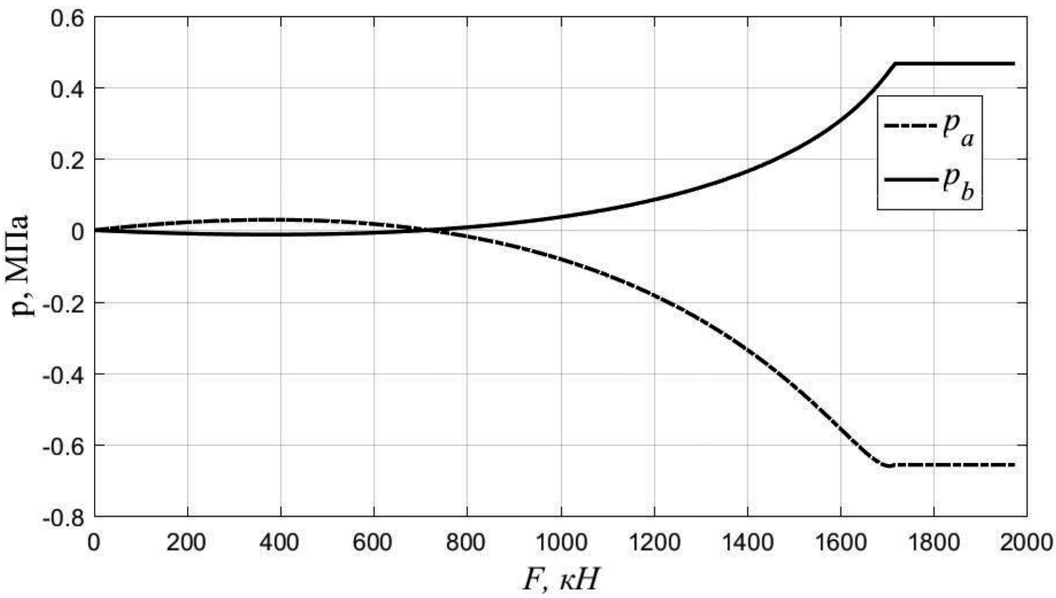


**Рис. 3.** Изменение контактных давлений в зависимости от величины нагрузки

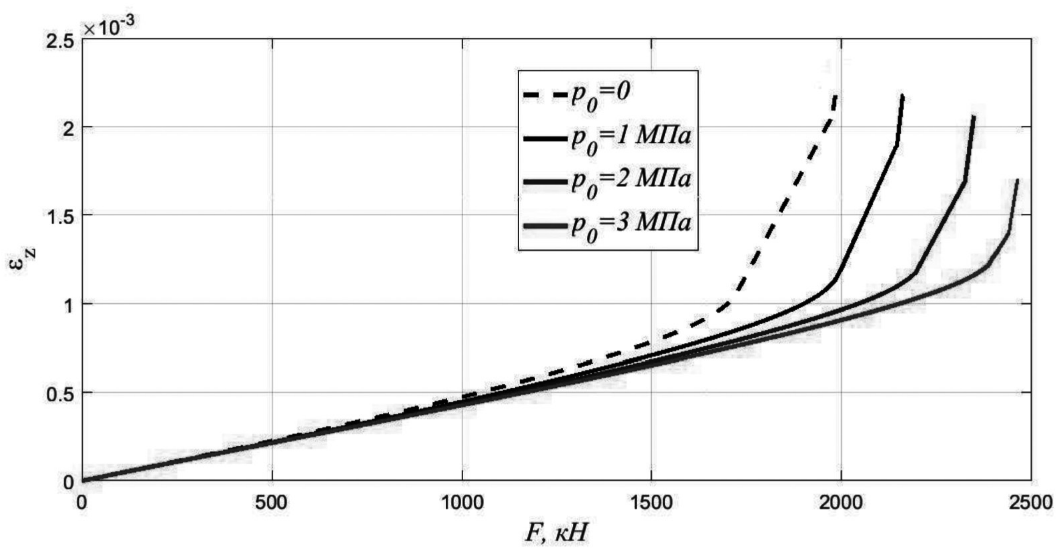


**Рис. 4.** Изменение осевой деформации в зависимости от нагрузки при различных уровнях предварительного напряжения

Выводы. Построена модель деформирования трубобетонных колонн кольцевого сечения при центральном сжатии с учетом физической нелинейности и ползучести. Задача расчета сведена к дифференциальному уравнению второго порядка. Установлено, что контактное давление между внутренней оболочкой и бетоном при низких уровнях нагружения положительно, но затем становится отрицательным. Между внешней оболочкой и ядром, наоборот, при малых нагрузках оно отрицательно, и затем становится положительным. Необходимость создания предварительных сжимающих напряжений в бетонном ядре подтверждена численным моделированием. При создании предварительного напряжения прирост несущей способности за счет работы бетона в условиях объемного напряженного состояния составил 26,6%.

## Литература


1. Krishan A. L., Rimshin V. I., Troshkina E. A. Strength of short concrete filled steel tube columns of annular cross section // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Т. 463. №. 2. С. 022062.
2. Krishan A. L., Troshkina E. A., Chernyshova E. P. Strength of Short Centrally Loaded Concrete-Filled Steel Tubular Columns //IFAC-PapersOnLine. 2018. Т. 51. №. 30. С. 150-154.
3. Krishan A. L., Chernyshova E. P., Sabirov R. R. Calculating the Strength of Concrete Filled Steel Tube Columns of Solid and Ring Cross-Section //Procedia Engineering. 2016. Т. 150. С. 1878-1884.
4. Wong Y. L. и др. Behavior of FRP-confined concrete in annular section columns //Composites Part B: Engineering. 2008. Т. 39. №. 3. С. 451-466.
5. Wan C. Y., Zha X. X. Nonlinear analysis and design of concrete-filled dual steel tubular columns under axial loading // Steel and Composite Structures. 2016. Т. 20. №. 3. С. 571-597.
6. Mailyan L.R., Chepurnenko A.S., Ivanov A. Calculation of prestressed concrete cylinder considering creep of concrete // Procedia Engineering. 2016. Т.165. С. 1853-1857.
7. Чепурненко А.С., Андреев В.И., Языев Б.М. Построение модели равнонапряженного цилиндра на основе теории прочности Мора // Вестник МГСУ. 2013. №5. С. 56–61.
8. Дудник А.Е., Чепурненко А.С., Никора Н.И. Плоская осесимметричная задача термовязкоупругости для полимерного цилиндра // Инженерный вестник Дона. 2015. №1-2. URL: http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2816
9. Дудник А.Е., Чепурненко А.С., Литвинов С. В., Денего А.С. Плоское деформированное состояние полимерного цилиндра в условиях термовязкоупругости // Инженерный вестник Дона. 2015. №2. URL: http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3063
10. Гениев Г.А., Киссюк В.Н., Тюпин Г.А. Теория пластичности бетона и железобетона. М.: Стройиздат, 1974. 316 с.


## References


1. Krishan A. L., Rimshin V. I., Troshkina E. A. Strength of short concrete filled steel tube columns of annular cross section // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2018. Vol. 463. No. 2. Article 022062.
2. Krishan A. L., Troshkina E. A., Chernyshova E. P. Strength of Short Centrally Loaded Concrete-Filled Steel Tubular Columns //IFAC-PapersOnLine. 2018. Vol. 51. No. 30. Pp. 150-154.
3. Krishan A. L., Chernyshova E. P., Sabirov R. R. Calculating the Strength of Concrete Filled Steel Tube Columns of Solid and Ring Cross-Section //Procedia Engineering. 2016. Vol. 150. Pp. 1878-1884.
4. Wong Y. L. и др. Behavior of FRP-confined concrete in annular section columns //Composites Part B: Engineering. 2008. Vol. 39. No. 3. Pp. 451-466.
5. Wan C. Y., Zha X. X. Nonlinear analysis and design of concrete-filled dual steel tubular columns under axial loading //Steel and Composite Structures. 2016. Vol. 20. No. 3. Pp. 571-597.
6. Mailyan L.R., Chepurnenko A.S., Ivanov A. Calculation of prestressed concrete cylinder considering creep of concrete // Procedia Engineering. 2016. Vol.165. Pp. 1853-1857.
7. Chepurnenko A.S., Andreev V.I., Yazyev B.M. Postroyeniye modeli ravnonapryazhennogo tsilindra na osnove teorii prochnosti Mora [Construction of a model of an equally stressed cylinder based on Mohr's theory of strength] // Vestnik MGSU. 2013. No. 5. Pp. 56–61.
8. Dudnik A.E., Chepurnenko A.S., Nikora N.I. Ploskaya osesimmetrichnaya zadacha termovyazkouprugosti dlya polimernogo tsilindra [Plane axisymmetric problem of thermoviscoelasticity for a polymer cylinder] // Inzhenernyy vestnik Dona. 2015. No. 1-2. URL: http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2816
9. Dudnik A.E., Chepurnenko A.S., Litvinov S. V., Denego A.S. Ploskoye deformirovannoye sostoyaniye polimernogo tsilindra v usloviyakh termovyazkouprugosti [Plane deformed state of a polymer cylinder under thermoviscoelastic conditions] // Inzhenernyy vestnik Dona. 2015. No. 2. URL: http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n2p2y2015/3063
10. Geniev G.A., Kissyuk V.N., Tyupin G.A. Teoriya plastichnosti betona i zhelezobetona [The theory of plasticity of concrete and reinforced concrete]. Moscow: Stroyizdat, 1974. 316 p.