Construction and Architecture (2020) Vol. 8. Issue 3 (28): 83–87
DOI: 10.29039/2308-0191-2020-8-3-83-87

05.23.16 ГЕОЛОГИЯ, ГИДРАВЛИКА И ИНЖЕНЕРНАЯ ГИДРОЛОГИЯ

Метод решения задачи свободного растекания бурного потенциального потока за безнапорной трубой

УДК 532.5 : 004.942

Коханенко В.Н.
Д-р техн. наук, профессор кафедры общеинженерных дисциплин, ФГБОУ ВО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова» (г. Новочеркасск); e-mail: victorkohanenko@yandex.ru

Александрова М.С.
Аспирант кафедры «Общеинженерные дисциплины», ФГБОУ ВО «Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова» (г. Новочеркасск); e-mail: e_masha@mail.ru

Статья получена: 09.07.2020. Рассмотрена: 14.07.2020. Одобрена: 18.08.2020. Опубликована онлайн: 30.09.2020. ©РИОР

Аннотация. В работе обосновывается расчетная схема и общая формулировка метода решения задачи сопряжения различных потоков, необходимых в практике гидротехнического строительства ГТС.

В приведенной в статье схеме при решении задачи свободного растекания бурного двухмерного в плане потока воды с равномерным потоком граничит простая волна, а не течение общего вида, каковым является радиальный поток. Выполнен анализ трех характерных зон потока. Доказано, что бурный поток при свободном растекании трансформируется в радиальный, и определены элементы радиального расширения потока. Получены уравнения определения геометрической формы и параметры потока на всех трех участках потока при его свободном растекании. Результаты исследований в настоящей работе получены впервые и завершают исследования, начатые в работах других авторов.

Ключевые слова: сопряжения потоков, свободное растекание бурного двухмерного потока, простая волна, течение общего вида, радиальный поток, параметры потока.

Актуальность решения задачи существенна и до настоящего времени, так как от ее решения зависят решения смежных задач: сопряжения различных потоков, необходимых в практике гидротехнического строительства ГТС [1; 2]. Граничная задача свободного растекания бурного безнапорного потока в широкое отводящее русло ставилась и решалась в работах [1; 3–9],

METHOD FOR SOLVING THE PROBLEM OF FREE SPREADING OF A TURBULENT POTENTIAL FLOW BEHIND A PRESSURE-FREE PIPE

Kokhanenko V.N.
Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of General Engineering Disciplines, Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk;
e-mail: victorkohanenko@yandex.ru
Aleksandrova M.S.
Postgraduate Student, Department of General Engineering Disciplines, Platov South-Russian State Polytechnic University, Novocherkassk; e-mail: e_masha@mail.ru
Manuscript received: 09.07.2020. **Revised**: 14.07.2020. **Accepted**: 18.08.2020. **Published online:** 30.09.2020. ©RIOR
Abstract. The paper substantiates the design scheme and General formulation of the method for solving the problem of coupling various flows necessary in the practice of hydraulic engineering construction of GTS.
In the scheme given in the article, when solving the problem of free spreading of a turbulent two-dimensional water flow with a uniform flow, a simple wave borders, and not a General flow, such as a radial flow. The analysis of the three characteristic zones of the flow. It is proved that a turbulent flow under free spreading transforms into a radial one, and the elements of the radial expansion of the flow are determined. The equations for determining the geometric shape and flow parameters for all three sections of the flow with its free spreading are obtained. The research results in this paper are obtained for the first time and complete the research started in the works of other authors.
Keywords: flow interfaces, free flow of a two-dimensional turbulent flow, simple wave, General flow, radial flow, flow parameters.

однако ввиду сложности ее решение совершенствовалось и в наиболее общем виде предлагается в настоящей работе.

В работах по двухмерным в плане потенциальным потокам [4–10] известно несколько частных видов течений: простые волны, радиальное течение, вихрь и т.д. Используя эти течения, можно их комбинацией образовывать более сложные течения.

Целью работы является обоснование расчетной схемы и общая формулировка метода решения задачи.

В работе [1] доказывается, что с равномерным потоком может граничить только простая волна, но не течение общего вида, каковым является радиальный поток.

Следовательно, для задачи свободного растекания бурного двухмерного в плане потока воды справедлива схема, представленная на рис. 1.

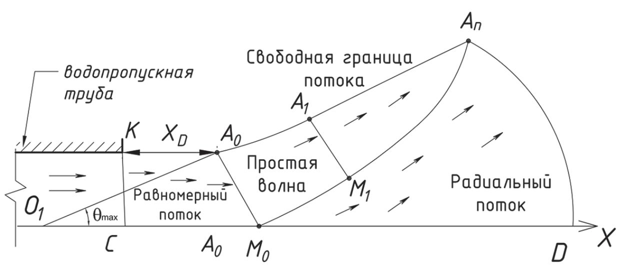

Рис. 1. Расчетная схема радиального расширения потока при его свободном растекании

Согласно схеме в потоке можно выделить три основные зоны:

- равномерный поток — зона KA0M0O1;
- простая волна — зона M0A0A*n*;
- радиальный поток — зона M0A*n*Д.

Исходные данные для расчета потока в трех зонах:

u_0 — скорость потока на его выходе из отверстия (трубы прямоугольного сечения):

h_0 — глубина потока на его выходе из отверстия;

b_0 — ширина прямоугольного канала (трубы при безнапорном режиме). При этом $F_0 = \frac{u_0^2}{gh_0} > 1$ — поток бурный;

M_0A_0 — характеристика второго семейства — прямая линия;

KA_0 — крайняя линия тока в участке равномерного течения потока, прямая, параллельная оси OX;

A_0A_n — крайняя линия тока от точки A_0 до бесконечности (точка A_n);

M_0A_n — характеристика первого семейства, проходящая через точки M_0 и A_n;

M_0A_nD — граница чисто радиального потока.

Доказательство того, что бурный поток при свободном растекании трансформируется в радиальный

Для радиального течения потока справедливы уравнение сохранения расхода и уравнение для гидродинамического напора:

$$\begin{cases} Q_0 = R \cdot \alpha \cdot H_0 \cdot \sqrt{2gH_0} \cdot \tau^{1/2}(1-\tau); \\ H_0 = \dfrac{u^2}{2g} + h, \end{cases} \tag{1}$$

где Q_0 — расход потока (объемный);

R — радиус живого сечения потока;

α — максимальный центральный угол между крайними лучами линиями тока в потоке;

H_0 — постоянная гидравлического напора;

τ — параметр, $\tau = \dfrac{V^2}{2gH_0}$;

h — местная глубина потока.

Так как $\alpha = 2\theta_{max}$ (см. далее) — величина конечная и поток бурный, то при $\tau \to 1$; $h \to 0$; $V \to V_{max}$; $R \to \infty$.

При этом

$$V = \tau^{1/2}\sqrt{2gH_0}; \;\; h = H_0(1-\tau). \tag{2}$$

Определение отдельных элементов радиального расширения потока

Определение предельного угла расширения потока — $\theta_p = 2\theta_{max}$.

Уравнение характеристики первого семейства, проходящей через точку M_0 с параметрами

$$\tau_0 = \frac{u_0^2}{2gH_0}; \;\; \theta_0 = 0,$$

где $H_0 = \dfrac{u_0^2}{2g} + h_0$, имеет вид [5]:

$$\theta = \sqrt{3} \cdot arctg\sqrt{\frac{3\tau - 1}{3(\tau - 1)}} - arctg\left(\sqrt{\frac{3\tau - 1}{1 - \tau}}\right) + C. \tag{3}$$

Из условия прохождения характеристики через точку M_0 определяем угол θ_{max} при $\tau = 1$:

$$\theta_{max} = C_1 + \left(\sqrt{3} - 1\right) \cdot \frac{\pi}{2}, \qquad (4)$$

где $C_1 = arctg\sqrt{\frac{3\tau_0 - 1}{1 - \tau_0}} - \sqrt{3} \cdot arctg\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{3\tau_0 - 1}{1 - \tau_0}}\right).$

Угол θ_p содержит в силу симметрии потока два угла θ_{max}, и, следовательно,

$$\theta_p = 2\theta_{max}. \qquad (5)$$

Определение полного расхода безнапорного источника и его центра O_1 на оси симметрии потока

Поскольку расход потока в трубе $Q_0 = u_0 \cdot h_0 \cdot b_0$, то полный расход безнапорного источника

$$Q = Q_0 \cdot \frac{360}{\theta_p}. \qquad (6)$$

Пользуясь формулами (1), (2), определим:

$$H_0 = h_0 + \frac{u_0^2}{2g}; \; u_{max} = \sqrt{2gH_0}; \; V_{*0} = \frac{u_0}{u_{max}}. \qquad (7)$$

Далее по известной формуле в [1] определим:

$$r_k = \frac{Q}{2\pi\sqrt{g} \cdot \left(\frac{2}{3}H_0\right)^{3/2}} \qquad (8)$$

и

$$r_0 = \frac{0{,}385}{V_{*0}\left(1 - V_{*0}^2\right)} \cdot r_k, \qquad (9)$$

где $r_к$ — критический радиус;

r_0 — расстояние от центра источника до точки M_0 по оси симметрии потока.

Расстояние от выходной кромки трубы до точки A_0 определяем согласно схеме (см. рис. 1):

$$r_0 = KA_0 + \frac{b_0}{2tg\alpha_0} + O_1C;$$
$$\sin\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{F_0}}; \quad F_0 = \frac{u_0^2}{gh_0}, \qquad (10)$$

где α_0 — угол между линией тока и характеристикой второго семейства в точке M_0.

Отрезок KA_0, на котором поток остается равномерным, определялся авторами [5] обработкой экспериментальных данных. Его длина определялась по формуле:

$$X_д = KA_0 = trunc\left[\frac{\sqrt{F_0 - 1}}{\sin\theta_{max}\left(F_0 + 2\right)}h_0\right] + 1, \qquad (11)$$

где $X_д$, h_0 в экспериментах заданы в см.

Зная положение (центр) источника, его расход, центральный угол $\theta_р$, можно по формулам в работах [3; 5] определить в любой точке потока параметры потока:

$$h = h(\theta, \tau); \quad V = V(\theta, \tau).$$

В зоне равномерного потока параметры u_0, h_0, а следовательно, и τ_0 не изменяются, $\theta \equiv 0$.

В зоне простых волн на прямолинейных характеристиках типа M_0A_0, M_1A_1 параметры τ, θ — постоянные, определяемые из уравнений пересечения характеристики первого семейства:

$$\theta = \sqrt{3} \cdot arctg\sqrt{\frac{3\tau - 1}{3(1 - \tau)}} - arctg\left(\sqrt{\frac{3\tau - 1}{1 - \tau}}\right) + C, \qquad (12)$$

проходящей через точку M_0 и точку с параметрами $\tau = 1$, $\theta = \theta_{max}$, и уравнения для определения параметра τ — точечного источника [3; 4]:

$$\frac{r}{r_0} = \frac{\tau_0^{1/2}\left(1 - \tau_0\right)}{\tau^{1/2}\left(1 - \tau\right)}. \qquad (13)$$

Задаваясь в (13) параметром τ, определяем $r(\tau)$.

Подставляя τ в уравнение (12) при фиксированном С, определим θ в точках M_0, M_1, ... и вдоль прямых M_0A_0, M_1A_1, M_2A_2, на которых параметры τ, θ не изменяются.

Направление прямых M_0A_0, M_1A_1, M_2A_2, ... определяется направлением радиального и углом

$$\alpha_i = \arcsin\frac{1}{\sqrt{F_i}}, \qquad (14)$$

где F_i — параметр (критерий Фруда) на характеристике M_0A_n.

Для определения свободной границы потока за точкой A_0 поступаем следующим образом.

Из центра *O* откладываем угол θ_p, делим его на равные части и определяем, к примеру, радиус r_1 и угол θ_1, r_2, θ_2 и т.д., т.е. величины r_i, θ_i в точках пересечения характеристики M_0A_0 и линий, выходящих из центра источника *O*.

Направление границы A_0A_1 определяем направлением луча r_1, θ_1, выходящего из точки О, границы A_1A_2 — направлением луча r_2, θ_2, выходящего из точки *O* и т.д.

$$\theta_i = \frac{\theta_p}{n} \cdot i; \ \ i = 0, 1, 2, \ldots, n. \tag{15}$$

Таким образом, определяются геометрическая форма и параметры потока (h, V, θ) на всех трех участках потока при его свободном растекании.

Результаты исследований в настоящей работе получены впервые. Они завершают исследования, начатые в работах И.А. Шеренкова [11], Б.Т. Емцева [1].

В настоящей работе новыми элементами явились:

- использование в качестве угла θ_p максимально допустимого угла $2\theta_{max}$ при сопряжении равномерного и радиального потоков;
- использование экспериментального значения $X_д$ — расстояния от выходной кромки подающей воду трубы до точки A_0 (см. рис. 1);
- использование факта, что характеристика M_0A_n простирается от точки M_0 до точки A_n, определяемой параметрами $\tau = 1$, $\theta = \theta_{max}$.

Эти дополнения позволили однозначно в принципе решить задачу теоретически (задача свободного растекания бурного потока).

Детальное изложение алгоритма построения модели, ее экспериментальная проверка, разработка рабочих программ для счета на ПК будет изложена в последующих работах в рамках кандидатской диссертации М.С. Александровой.

В выводах можно отметить, что предложенная модель свободного растекания бурного потока в то же время является составной частью наиболее корректного рационального сопряжения двух бурных равномерных потоков.

Литература

1. *Емцев Б.Т.* Двухмерные бурные потоки [Текст] / Б.Т. Емцев. — М.: Энергия, 1967. — 212 с.
2. Справочник по гидравлике [Текст] / под ред. В.А. Большакова. — 2-е изд., перераб. и доп. — Киев: Выща школа, 1984. — 343 с.
3. *Коханенко В.Н.* Моделирование одномерных и двухмерных открытых водных потоков [Текст]: монография / В.Н. Коханенко, Я.В. Волосухин, В.В. Ширяев, Н.В. Коханенко; под общ. ред. В.Н. Коханенко. — Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2007. — 168 с.
4. *Коханенко В.Н.* Моделирование бурных двухмерных в плане водных потоков [Текст]: монография / В.Н. Коханенко, Я.В. Волосухин, М.А. Лемешко, Н.Г. Папченко; под общ. ред. В.Н. Коханенко. — Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2013. — 180 с.
5. *Коханенко В.Н.* Решение задачи определения уравнения крайней линии тока и параметров вдоль нее с учетом участка Хд [Текст] / В.Н. Коханенко, Д.Б. Келехсаев // Результаты исследований — 2019: материалы IV Национальной конф. профессорско-преподавательского состава и науч. работников, 14 мая 2019 г., г. Новочеркасск / Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова. — Новочеркасск: ЮРГПУ (НПИ), 2019. — С. 113–117.
6. *Александрова М.С.* Метод аналогий между гидравликой двухмерных в плане водных потоков и газовой динамикой [Текст] / М.С. Александрова // Строительство и архитектура. — 2020. — Т. 8. — Вып. 2. — С. 49–52. — DOI: 10.29039/2308-0191-2020-8-2-49-52.
7. *Коханенко В.Н.* Двухмерный в плане вихреисточник [Текст] / В.Н. Коханенко, О.А. Бурцева, М.С. Александрова // Строительство и архитектура. — 2020. — Т. 8. — Вып. 2. — С. 44–48. DOI 10.29039/2308-0191-2020-8-2-44-48.
8. *Коханенко В.Н.* Алгоритм сопряжения двухмерных в плане равномерного и радиального потоков [Текст] / В.Н. Коханенко, М.С. Александрова// Известия ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2020. — № 3. — С. 18–21. — DOI: 10.17213/1560-3644-2020-3-18-21.
9. *Александрова М.С.* Схема использования простых волн при свободном растекании потока [Текст] / М.С. Александрова // Студенческая научная весна — 2020: материалы Региональной научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых вузов Ростовской области, г. Новочеркасск, 13–14 мая 2020 г., Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова. — Новочеркасск: Изд-во ЮРГПУ (НПИ), 2020. — С. 7.
10. *Высоцкий Л.И.* Управление бурными потоками [Текст] / Л.И. Высоцкий. — М.: Энергия, 1977. — 280 с.
11. *Шеренков И.А.* О плановой задаче растекания струи бурного потока несжимаемой жидкости [Текст] / И.А. Шеренков // Изв. АН СССР. ОТН. — 1958. — № 1. — С. 72–78.

References

1. Emcev B.T. *Dvuhmernye burnye potoki* [Two-dimensional stormy streams]. Moscow: Energiya Publ., 1967. 212 p.
2. *Spravochnik po gidravlike* [Handbook on hydraulics]. Kiev: Vyshcha shkola Publ., 1984. 343 p.
3. Kohanenko V.N. *Modelirovanie odnomernyh i dvuhmernyh otkrytyh vodnyh potokov* [Modeling of one-dimensional and two-dimensional open water flows]. Rostov-on-Don: YuFU Publ., 2007. 168 p.
4. Kohanenko V.N. *Modelirovanie burnyh dvuhmernyh v plane vodnyh potokov* [Modeling of stormy two-dimensional in terms of water flows]. Rostov-on-Don: YuFU Publ., 2013. 180 p.
5. Kohanenko V.N., Kelekhsaev D.B. Reshenie zadachi opredeleniya uravneniya krajnej linii toka i parametrov vdol' nee s uchetom uchastka Hd [Solution of the problem of determining the equation of the extreme streamline and parameters along it, taking into account the section Xd]. *Rezul'taty issledovanij — 2019: materialy IV Nacional'noj konf. professorsko-prepodavatel'skogo sostava i nauch. rabotnikov, 14 maya 2019 g., g. Novocherkassk / Yuzhno-Rossijskij gosudarstvennyj politekhnicheskij universitet (NPI) im. M.I. Platova* [Research results — 2019: materials of the IV National conf. teaching staff and scientific. workers, May 14, 2019, Novocherkassk / South-Russian State Polytechnic University (NPI) named after M.I. Platova. Novocherkassk: YRSPU (NPI)]. Novocherkassk: YuRGPU (NPI) Publ., 2019, pp. 113–117.
6. Aleksandrova M.S. Metod analogij mezhdu gidravlikoj dvuhmernyh v plane vodnyh potokov i gazovoj dinamikoj [The method of analogies between the hydraulics of two-dimensional in terms of water flows and gas dynamics]. *Stroitel'stvo i arhitektura* [Building and architecture]. 2020, V. 8, I. 2, pp. 49–52. DOI: 10.29039/2308-0191-2020-8-2-49-52.
7. Kohanenko V.N., Burceva O.A., Aleksandrova M.S. Dvuhmernyj v plane vihreistochnik [Two-dimensional vortex source in plan]. *Stroitel'stvo i arhitektura* [Building and architecture]. 2020, V. 8, I. 2, pp. 44–48. — DOI: 10.29039/2308-0191-2020-8-2-44-48.
8. Kohanenko V.N., Aleksandrova M.S. Algoritm sopryazheniya dvuhmernyh v plane ravnomernogo i radial'nogo potokov [Algorithm for conjugation of two-dimensional in terms of uniform and radial flows]. *Izvestiya VUZov Severo-Kavkazskij region. Tekhnicheskie nauki* [Izvestiya VUZov North-Caucazus region. Technical sciences]. 2020, I. 3, pp. 18–21. DOI: 10.17213/1560-3644-2020-3-18-21.
9. Aleksandrova M.S. Skhema ispol'zovaniya prostyh voln pri svobodnom rastekanii potoka [Scheme of using simple waves with free flowing flow]. *Studencheskaya nauchnaya vesna — 2020: materialy Regional'noj nauchno-tekhnicheskoj konferencii studentov, aspirantov i molodyh uchenyh vuzov Rostovskoj oblasti, g. Novocherkassk, 13–14 maya 2020 g., Yuzhno-Rossijskij gosudarstvennyj politekhnicheskij universitet (NPI) imeni M.I. Platova* [Student Scientific Spring — 2020: Proceedings of the Regional Scientific and Technical Conference of Students, Postgraduates and Young Scientists of Universities of the Rostov Region, Novocherkassk, May 13–14, 2020, South Russian State Polytechnic University (NPI) named after M.I. Platova]. Novocherkassk: YuRGPU (NPI) Publ., 2020, p. 7.
10. Vysockij L.I. *Upravlenie burnymi potokami* [Management of stormy flows]. Moscow: Energiya Publ., 1977. 280 p.
11. Sherenkov I.A. O planovoj zadache rastekaniya strui burnogo potoka neszhimaemoj zhidkosti [On the planned problem of spreading a jet of a stormy flow of an incompressible fluid]. *Izvestiya AN SSSR. OTN* [Academy of Sciences of the USSR. REL]. 1958, I. 1, pp. 72–78.