

УДК 532.5 : 004.942

СОПРЯЖЕНИЕ РАВНОМЕРНОГО ПОТОКА С РАДИАЛЬНЫМ ТЕЧЕНИЕМ

Коханенко Виктор Николаевич

Доктор техн. наук, профессор, профессор кафедры «Общеинженерные дисциплины», Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, г. Новочеркасск, Россия. E-mail: kokhanenkovn@mail.ru

Александрова Мария Сергеевна

Аспирант кафедры «Общеинженерные дисциплины» Южно-Российского государственного политехнического университета (НПИ) имени М.И. Платова, г. Новочеркасск, Россия; e-mail: e_masha@mail.ru

Кондратенко Анатолий Иванович

Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Инженерные конструкции», Российский государственный аграрный университет МСХА имени К.А. Тимирязева, г. Москва, Россия. E-mail: ai_kondratenko@mail.ru

Аннотация: Авторами рассмотрена задача сопряжения равномерного бурного водного потока и радиального течения. В решении используется простая волна, что позволило получить аналитическое решение во всех точках потока. Дно русла, в которое вытекает поток из прямоугольной трубы, принято горизонтальным и гладким. В статье приведен пошаговый алгоритм расчета. Методика предназначена для использования проектировщиками гидротехнических сооружений.

Ключевые слова: равномерный поток, радиальное течение, сопряжение потоков, гидротехнические сооружения, алгоритм расчета, аналитическое решение

COUPLING OF A UNIFORM FLOW WITH A RADIAL FLOW

Kokhanenko Victor Nikolaevich

Doctor of Technical Science, Professor, Department of General engineering disciplines, Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novochoerkassk, Russia. E-mail: kokhanenkovn@mail.ru

Aleksandrova Maria Sergeevna

Postgraduate Student, Department of General Engineering Disciplines Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novochoerkassk, Russia; e-mail: e_masha@mail.ru

Kondratenko Anatolij Ivanovich

Ph.D., Professor, Department of Engineering Structures, Timiryzev Russian State Agrarian University Moscow Agricultural Academy, Moscow, Russia. E-mail: ai_kondratenko@mail.ru

Abstract: The authors consider the problem of conjugation of a uniform turbulent water flow and a radial flow. The solution uses a simple wave, which allowed us to obtain an analytical solution at all points of the flow. The bottom of the channel, into which the flow flows from a rectangular pipe, is assumed to be horizontal and smooth. The article provides a step-by-step calculation algorithm. The method is intended for use by designers of hydraulic structures.

Keywords: uniform flow, radial flow, flow coupling, hydraulic structures, calculation algorithm, analytical solution

Эта задача решалась чисто теоретически в работе [1], однако детального однозначного устойчивого алгоритма не было приведено. Поэтому целью работы является как чисто теоретическое решение задачи, так и доведение алгоритма до практического пользования.

Актуальность работы состоит в необходимости разработки отдельных модулей по сопряжению потоков воды при проектировании гидротехнических сооружений (ГТС).

Практическая ценность работы заключается в получении алгоритма и далее патентованных программ для расчёта, необходимых при проектировании параметров ГТС и водного потока, протекающего в сооружении.

Формулировка задачи

Равномерный бурный водный поток шириной b_0 , глубиной h_0 , величиной скорости V_0 необходимо оптимальным образом (т.е. с минимальным волнообразованием) сопрячь с радиальным потоком.

Схема сопряжения потоков показана на рис. 1.

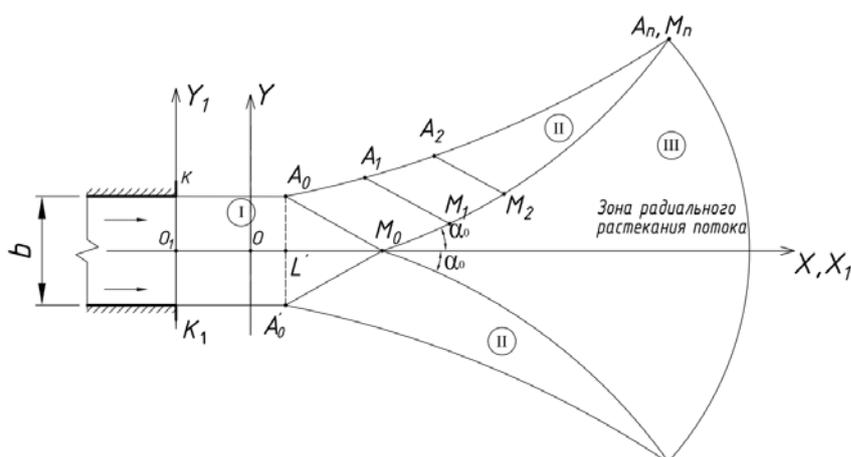


Рис. 1. Схема сопряжения водных потоков

I – зона равномерного потока, ограничена кромкой выходной трубы KK' , линиями инерционности равномерного потока KA_0 , $K'A'_0$ – вдоль которых параметры потока не изменяются, прямолинейными характеристиками A_0M_0 , A'_0M_0 .

II – зона простой волны, ограничена прямолинейной характеристикой A_0M_0 второго семейства, характеристикой первого семейства M_0A_n и крайней линией тока растекания потока A_0A_n .

Согласно общей теории двумерных в плане потенциальных водных потоков [1, 2] равномерный поток можно сопрячь с течением общего вида (радиальным потоком) посредством дополнительного течения (простая волна).

Задачей расчёта является определение геометрии криволинейной боковой стенки A_0, A_1, A_2, K, A_n , сопрягающей поток I и поток III.

Необходимо определить также границы участка I, границы простой волны II, параметры потока V, h, τ в пределах простой волны, границы радиального растекания потока и параметры потока в зоне III.

Дно русла полагаем горизонтальным, гладким.

Определение положения центра приведения радиального потока и параметров потока в зоне III

Расход потока в канале I определим по формуле

$$Q_1 = b_0 V_0 h_0, \quad (1)$$

где b_0 – ширина канала;

V_0, h_0 – величина скорости и глубина потока.

Для бурных двумерных в плане открытых водных потоков в случае потенциального потока его гидродинамический напор постоянен (рассматриваются сопряжения коротких по длине потоков) [3, 4]:

$$H_0 = \frac{V_0^2}{2g} + h_0, \quad (2)$$

где g – ускорение силы тяжести.

При этом справедливы формулы:

$$V = \tau^{1/2} \sqrt{2gH_0}; \quad h = H_0(1 - \tau); \quad \tau = \frac{V^2}{2gH_0}. \quad (3)$$

Тогда с учётом равенств (3) уравнение (1) переписывается в виде:

$$Q_1 = b_0 H_0 \sqrt{2gH_0} \tau_0^{1/2} (1 - \tau_0). \quad (4)$$

Для радиального потока в секторе, ограниченном центральным углом $2\theta_{\max}$, запишем уравнение сохранения расхода в виде:

$$Q_1 = r_0 2\theta_{\max} \tau_0^{1/2} (1 - \tau_0) \sqrt{2gH_0}, \quad (5)$$

где r_0 – радиус, определяющий положение центра приведения (источника) радиального потока

$$r_0 = \theta M_0, \quad (6)$$

см. рис. 1.

Угол θ_{\max} определяется по методу в [5]:

$$\theta_{\max} = C_1 + (\sqrt{3} - 1) \frac{\pi}{2}, \quad (7)$$

где

$$C_1 = \arctg \sqrt{\frac{3\tau_0 - 1}{1 - \tau_0}} - \sqrt{3} \arctg \sqrt{\frac{3\tau_0 - 1}{1 - \tau_0}} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

Сравнивая выражения (4), (5), определим радиус приведения r_0 :

$$r_0 = \frac{b_0}{2\theta_{\max}}. \quad (8)$$

Заметим, что значение r_0 совпадает со значением, полученным в ряде работ [6 - 11] несколько другим способом.

В точке M_0 (рис. 1) – граничная точка для равномерного потока, параметр

$$\tau = \tau_0 = \frac{V_0^2}{2gH_0}. \quad (9)$$

Эта точка является также начальной точкой, через которую проходит характеристика первого семейства. Сама же характеристика простирается до бесконечности, т.е. при $\tau \rightarrow 1$

$$\theta \leq \theta_{\max}. \quad (10)$$

Уравнение, связывающее r , τ , будет иметь вид [5]:

$$r = \frac{r_0 \tau_0^{1/2} (1 - \tau_0)}{\tau^{1/2} (1 - \tau)}. \quad (11)$$

Таким образом, внутри области III для углов $\theta \leq \theta_{\max}$ при заданном τ , $r_0(\tau_0, 1)$ расстояние до выбранной точки на луче, исходящем из центра приведения радиального потока «0» под углом θ (рис. 1), определится по формуле (11). Поэтому координаты рассматриваемой точки относительно системы координат OXY будут следующими:

$$\begin{aligned} X &= r \cos \theta; \\ Y &= r \sin \theta. \end{aligned} \quad (12)$$

А параметры в этой точке определяются по формулам:

$$V = \tau_0^{1/2} \sqrt{2gH_0}; \quad h = H_0 (1 - \tau). \quad (13)$$

Определение характеристики A_0M_0 (положения точки A_0)

Так как в точке M_0 , $\theta = 0$, то направление прямолинейной характеристики A_0M_0 определится волновым углом

$$\alpha_0 = \arcsin \sqrt{\frac{1 - \tau_0}{2\tau_0}}. \quad (14)$$

Следовательно, из треугольника A_0LM_0 имеем соотношение:

$$\frac{b_0}{2LM_0} = \operatorname{tg} \alpha_0 \quad (15)$$

Откуда

$$LM_0 = \frac{b_0}{2\operatorname{tg} \alpha_0}. \quad (16)$$

Таким образом, определяется положение точки A_0 :

$$Y_{A_0} = \frac{b_0}{2}; \quad X_{A_0} = r_0 - LM_0. \quad (17)$$

Положение точки A_0 относительно выходной кромки подающей воду трубы (канала) определяется отрезком KA_0 – инерционности потока I . Подобные схемы решения были реализованы в нескольких работах [12 - 15].

Согласно экспериментальным данным [16]

$$KA_0 = X_D = \text{trunc} \frac{\sqrt{F_{r_0} - 1}}{\sin(\theta_{\max})(F_{r_0} + 2)} \chi_{h_0} \approx 1. \quad (18)$$

Параметры потока I в зоне $KA_0M_0A'_0K'$ не изменяются и поток остаётся равномерным.

Определение положения точки M_1 , т.е. её координат (X_{M_1}, Y_{M_1}) и параметров потока в этой точке

Точка M_1 – это точка пересечения характеристики первого семейства и луча OM_1 , исходящего под малым углом θ_1 .

В плоскости годографа, скорости (τ, θ) уравнение характеристики первого семейства, проходящей через точку M_0 с параметрами τ_0, θ , имеет вид

$$\theta = \sqrt{3} \arctg \sqrt{\frac{3\tau - 1}{3(1 - \tau)}} - \arctg \sqrt{\frac{3\tau_0 - 1}{1 - \tau_0}} + C_1, \quad (19)$$

где

$$C_1 = \arctg \sqrt{\frac{3\tau_0 - 1}{1 - \tau_0}} - \sqrt{3} \arctg \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{3\tau_0 - 1}{1 - \tau_0}}$$

В физической области течения потока уравнение характеристики не известно. Однако известно, что эта характеристика проходит через точки $M_0(\tau_0, 0)$ и $M_n(\tau \rightarrow 1, \theta \rightarrow \theta_{\max})$. Известен также угол α_0 между линией тока $\theta = 0$ и характеристикой.

Проведём через точку M_0 прямую M_0M_1 под углом α_0 и определим положение точки M_1 пересечения касательной и луча радиального растекания потока под малым углом θ_1 .

Положение точки M_1 определим из треугольника OM_0M_1 . По теореме синусов для треугольника OM_0M_1 следует

$$\frac{\sin \gamma_1}{r_0} = \frac{\sin(\pi - \alpha_0)}{r_1}. \quad (20)$$

Или с учётом равенств

$$\sin(\pi - \alpha_0) = \sin \alpha_0; \quad \gamma_1 = \alpha_0 - \theta_1 \quad (21)$$

из (20) следует уравнение

$$r_1 = \frac{r_0 \sin \alpha_0}{\sin(\alpha_0 - \theta_1)}. \quad (22)$$

В работе [1] был предложен метод определения точки M_1 , исходя из замены криволинейной характеристики I семейства прямой линией M_0M_1 . Однако точка M_1 должна принадлежать и характеристике, т.е. переместиться в точку M_{1x} .

Предлагаемый в работе [1] метод оправдан тем, что при малых углах θ_i разница между точками M_1 и M_{1x} мала, однако при этом погрешность расчёта параметров потока увеличивается с уменьшением θ_i .

В настоящей работе предлагается несколько изменить алгоритм поиска положения точки M_1 в целях уменьшения погрешности. Соединим точки M_0 и M_{1x} прямолинейной хордой M_0M_{1x} и рассмотрим треугольник OM_0M_{1x} . В этом треугольнике известны углы $\theta_1, \pi - \alpha_0 - D\alpha, \gamma_1 = \alpha_0 + D\alpha - \theta_1$. и также помечены две стороны r_0, r_{1x} .

При этом

$$r_{1x} = OM_{1x}. \quad (23)$$

По теореме синусов [9] из треугольника OM_0M_{1x} следует:

$$\frac{\sin(\alpha_0 + D\alpha)}{r_{1x}} = \frac{\sin(\alpha_0 + D\alpha - \theta_1)}{r_0}. \quad (24)$$

Обозначим $\gamma_1 = \alpha_0 + D\alpha$.

Алгоритм определения поправки $D\alpha$

Шаг 1

Из уравнения (19) характеристики первого семейства определяем корень τ_{1x} : при заданном угле θ_1 :

$$\theta_1 = f(\tau_{1x}) + C; \quad \tau_{1x} \in [\tau_0, 1]. \quad (25)$$

Шаг 2

Определяем радиус r_{1x} из уравнения (11):

$$r_{1x} = \frac{r_0 \tau_0^{1/2} (1 - \tau_0)}{\tau_{1x}^{1/2} (1 - \tau_{1x})}. \quad (26)$$

Шаг 3

Решая уравнение (24) при известных r_{1x} , r_0 , θ_1 определяем $\gamma_1 = \alpha_0 + D\alpha$.

Шаг 4

Определяем поправку

$$D\alpha = \gamma_1 - \alpha_0. \quad (27)$$

Координаты точки M_{1x} определим по известным: углу θ_1 и расстоянию r_{1x} и поправке $\Delta\alpha$

$$\begin{aligned} X_{M_{1x}} &= r_{1x} \cos \theta_1; \\ Y_{M_{1x}} &= r_{1x} \sin \theta_1. \end{aligned} \quad (28)$$

Параметры потока при известном τ_{1x} определим по формуле (13).

Определение координат точек M_{2x} , M_{3x} и т.д. выполняется аналогично приёму для определения координат точки M_{1x} ($X_{M_{1x}}$, $Y_{M_{1x}}$).

Далее не трудно определить прямолинейные характеристики второго семейства $M_{1x}A_1$, $M_{2x}A_2$ и т.д. и стенок A_0A_1 , A_1A_2 и т.д., полагая, что боковая стенка русла A_0A_1 направлена под углом θ_1 к оси OX, стенка A_1A_2 под углом θ_2 и т.д. по аналогии с методами в работах [1, 5].

Выводы

1. Алгоритм с уточнением поправки $\Delta\alpha$ существенно сказывается на результате расчёта параметров сопряжения потоков и показывает

обязательную необходимость её учёта для получения устойчивой модели, адекватной реальному процессу [10].

2. Устойчивость расчета параметров потока зависит от выбора шага дискретности по углу радиального растекания потока и поправок расчета $\Delta\alpha$ [11].

3. Игнорирование в расчетах поправки « $\Delta\alpha$ » приводит к накоплению ошибок расчета параметров модели.

Литература

1. Емцев Б.Т. Двухмерные бурные потоки. – М.: Энергоиздат, 1967. – 212 с.
2. Шеренков И.А. Расчет растекающегося бурного потока за выходными оголовками водопропускных сооружений // Тр. Объединенного семинара по гидроэнергетическому и водохозяйственному строительству. – Вып. 1. – Харьков. – 1958.
3. Справочник по гидравлике / Под ред. В.А. Большакова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев: Выща школа, 1984. – 343 с.
4. Высоцкий Л.И. Гидравлический расчет рассеивающих трамплинов методом продольных аппроксимаций. – МИСИ им. В.В. Куйбышева, 1960.
5. Коханенко В.Н. Моделирование бурных двухмерных в плане водных потоков : Монография / В.Н. Коханенко, Я.В. Волосухин, М.А. Лемешко, Н.Г. Папченко; под общей ред. В.Н. Коханенко. – Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2013. – 180 с.
6. Александрова М.С. Метод аналогий между гидравликой двухмерных в плане водных потоков и газовой динамикой // Строительство и архитектура. – 2020. – Т. 8, Вып. 2 (27). – С. 49-52. DOI 10.29039/2308-0191-2020-8-2-49-52.
7. Коханенко В.Н., Бурцева О.А., Александрова М.С. Двухмерный в плане вихреисточник // Строительство и архитектура. – 2020. – Т. 8, Вып. 2 (27). – С. 44-48. DOI 10.29039/2308-0191-2020-8-2-44-48.
8. Коханенко В.Н., Александрова М.С. Алгоритм сопряжения двухмерных в плане равномерного и радиального потоков // Известия ВУЗов Северо-Кавказский регион. Технические науки.– 2020. – № 3. – С. 18-21. DOI 10.17213/1560-3644-2020-3-18-21.
9. Коханенко В.Н., Александрова М.С. Метод решения граничных задач по течению двухмерных в плане потенциальных потоков с использованием преобразования С.А. Чаплыгина // Известия Вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. - 2020. - № 4 (208). - С. 19-22. DOI 10.1017213/1560-3644-2020-4-19-22
10. Kokhanenko V.N., Burtseva O.A., Aleksandrova M.S. Two-dimensional plan source, vortex and vortex source // (2021) IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 1029 (1) 012023 DOI:10.1088/1757-899X/1029/1/012023
11. Kondratenko A.I., Aleksandrova M.S. Estimation of a motion equations system of a potential two-dimensional in a water flow plan to dimensionless form // (2021) IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 1030 (1) 012122. DOI:10.1088/1757-899X/1030/1/012122
12. Александрова М.С. Простые волны в теории двухмерных в плане водных потоков и схема их использования для свободного растекания потока // Строительство и архитектура. 2020. Т. 8, № 3 (28). С. 47-50. DOI 10.29039/2308-0191-2020-8-3-47-50.
13. Коханенко В.Н., Александрова М.С. Метод решения задачи свободного растекания бурного потенциального потока за безнапорной трубой // Строительство и архитектура. 2020. Т. 8, № 3 (28). С. 83-87. DOI 10.29039/2308-0191-2020-8-3-83-87.

14. Коханенко В.Н., Александрова М.С. Сопряжение двух равномерных потоков // Строительство и архитектура. 2020. Т. 8, № 4 (29). С. 83-86. DOI 10.29039/2308-0191-2020-8-4-83-86.
15. Коханенко В.Н., Александрова М.С., Кондратенко А.И. Модель процесса свободного растекания двумерного в плане водного потока за безнапорными отверстиями // Вестник МГСУ. 2021. Т. 16. Вып. 1. С.. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.1.
16. Коханенко В.Н., Келехсаев Д.Б. Решение задачи определения уравнения крайней линии тока и параметров вдоль нее с учетом участка Хд // Результаты исследований - 2019 : материалы IV Национальной конф. профессорско-преподавательского состава и науч. работников, 14 мая 2019 г., г. Новочеркасск / Юж.-Рос. гос. политехн. ун-т (НПИ) им. М.И. Платова. - Новочеркасск : ЮРГПУ (НПИ), 2019. - С. 113-117.