УДК 532.5 : 004.942

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ В РАЗРАБОТКАХ МОДЕЛЕЙ ПО ТЕЧЕНИЮ ОТКРЫТЫХ ВОДНЫХ ПОТОКОВ

Коханенко Виктор Николаевич
Доктор техн. наук, профессор, профессор кафедры «Общеинженерные дисциплины», Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, г. Новочеркасск, Россия. E-mail: kokhanenkovn@mail.ru
Александрова Мария Сергеевна
Аспирантка кафедры «Общеинженерные дисциплины», Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) имени М.И. Платова, г. Новочеркасск, Россия. E-mail: e_masha@mail.ru
Кондратенко Анатолий Иванович
Канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры «Инженерные конструкции», Российский государственный аграрный университет МСХА имени К.А. Тимирязева, г. Москва, Россия. E-mail: ai_kondratenko@mail.ru

Аннотация: Для проектирования гидротехнических сооружений необходимо использовать специальные методики расчета водного потока для определения кинетической энергии воздействующей на сооружения. Сформулирована математическая модель двухмерного в плане стационарного открытого водного потока и граничные условия в задаче свободного растекания. Определены основные решенные и подлежащие решению задачи по определению параметров потока его приведение к безразмерному виду различными преобразованиями координат и параметров потока. За основу взят метод предложенный И.А. Шеренковым. Описано решение задачи, зависящее от безразмерного параметра – критерия Фруда на выходе потока из трубы. При числах Фруда превышающих единицу или близких к ней требуется строить серию графиков или разработать единую теорию, алгоритм решения задачи.

Общие выводы по работе следующие:

– доказана теоретически и экспериментально необходимость дальнейших исследований.

- сформулированы задачи, которые необходимо выполнить, решить для получения адекватного реальному процессу результата решения задачи свободного растекания бурного потока всему спектру параметров.

- обоснована необходимость продолжения исследований по определению всего спектра параметров стационарного открытого двухмерного в плане потенциального потока при его истечении из безнапорной трубы в широкое горизонтальное гладкое русло.

- определены требования к модели учитывающей сопряжение равномерного потока с радиальным потоком в виде простой волны.

Работа написана при критической оценке существующих методов решения задачи и для обоснования актуальности дальнейших научных исследований.

Ключевые слова: граничная задача, свободное растекание, гидротехнические сооружения, водный поток, математическая модель, плоскость годографа скорости

BASIC PROVISIONS IN MODEL DEVELOPMENT IN THE CURRENT OF OPEN WATER STREAMS

Kokhanenko Victor Nikolaevich
Doctor of Technical Science, Professor, Department of General engineering disciplines, Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk, Russia. E-mail: kokhanenkovn@mail.ru
Aleksandrova Mariya Sergeevna
Postgraduate Student, Department of General engineering disciplines, Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk, Russia. E-mail: e_masha@mail.ru
Kondratenko Anatolij Ivanovich
Doctor of Technical Science, Professor, Department of Engineering Structures, Timiryzev Russian State Agrarian University Moscow Agricultural Academy, Moscow, Russia. E-mail: ai_kondratenko@mail.ru

Annotation: For the design of hydraulic structures, it is necessary to use special methods for calculating the water flow to determine the kinetic energy acting on the structures. A mathematical model of a two-dimensional in terms of stationary open water flow and boundary conditions in the problem of free spreading are formulated. The main solved and to be solved problems of determining the flow parameters are determined, its reduction to a dimensionless form by various transformations of coordinates and flow parameters. The method proposed by I.A. Sherenkov. The solution of the problem is described, which depends on the dimensionless parameter - the Froude criterion at the outlet of the flow from the pipe. With Froude numbers exceeding one or close to it, it is required to build a series of graphs or develop a unified theory, an algorithm for solving the problem.
The general conclusions on the work are as follows:
- the need for further research has been proven theoretically and experimentally.
- tasks are formulated that must be performed, solved in order to obtain a result adequate to the real process of solving the problem of free spreading of a turbulent flow to the entire spectrum of parameters.
- substantiated the need to continue research to determine the entire spectrum of parameters of a stationary open two-dimensional potential flow in terms of its outflow from a free-flow pipe into a wide horizontal smooth channel.
- the requirements for the model taking into account the conjugation of a uniform flow with a radial flow in the form of a simple wave are determined
The work was written with a critical assessment of existing methods for solving the problem and to substantiate the relevance of further scientific research.
Keywords: boundary value problem, free spreading, hydraulic structures, water flow, mathematical model, plane of velocity hodograph

Общие положения

Эта тема работы возникла из практической потребности проектных организаций гидротехнических сооружений в надёжных методиках по расчёту водного потока и, как следствие, проектированию креплений русла гидросооружений или установке гасителей избыточной кинетической энергии [1, 2, 3, 4]. Одной из актуальной в теоретическом плане и необходимой для практики ГТС является задача определения полного спектра параметров потока при его свободном растекании в широкое отводящее русло за безнапорными отверстиями. Эта задача относится к задачам с заранее неизвестными границами потока [6, 7, 8] и требует для решения определённого теоретического анализа и учёта экспериментальных особенностей течения потока.

Модель должна удовлетворять положениям общей теории течения потоков и адекватности реальному процессу.

Место модели в общей классификации водных потоков

Рассмотрим двухмерный в плане, бурный, открытый, стационарный, потенциальный поток при его растекании из безнапорной трубы в широкое горизонтальное гладкое русло. Этот поток описывается следующей системой дифференциальных уравнений в частных производных [8 - 12]:

$$\begin{cases} U_x \dfrac{\partial U_x}{\partial x} + U_y \dfrac{\partial U_x}{\partial y} + g \dfrac{\partial h}{\partial x} = 0; \\ U_x \dfrac{\partial U_y}{\partial x} + U_y \dfrac{\partial U_y}{\partial y} + g \dfrac{\partial h}{\partial y} = 0; \\ \dfrac{\partial \left(U_x h \right)}{\partial x} + \dfrac{\partial \left(U_y h \right)}{\partial y} = 0; \\ \Omega = \dfrac{\partial U_x}{\partial y} - \dfrac{\partial U_y}{\partial x} = 0, \end{cases} \qquad (1)$$

где OXY – система координат в плане течения потока;

OX – продольная ось симметрии потока;

U_x, U_y – проекции вектора местной скорости $\vec{V}$ на оси OX, OY;

h – местная глубина потока;

g – ускорение силы тяжести.

Первые два уравнения – это непосредственно динамические уравнения, следующие из второго закона Ньютона применительно к движению жидкости (двухмерного в плане потока).

Третье уравнение – уравнение неразрывности потока.

Четвёртое уравнение – условие потенциальности (безвихревого) потока [13].

Система четырёх уравнений (1) образует замкнутую систему существенно нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Эта система определяет модель, которой необходимо пользоваться при решении конкретной граничной задачи.

Система (1) описывает частный случай движения двухмерных в плане водных потоков конкретной граничной задачи.

Граничная задача свободного растекания

Граничная задача включает в себя:

– систему уравнений движения потока (1);

– граничные условия.

Граничные условия для задачи свободного растекания двухмерного в плане потенциального потока будут следующие:

– общее условие $F_{r_0} = \dfrac{V_0^2}{gh_0} > 1;$

– на выходе потока из трубы

$$-\frac{b}{2} \le y \le \frac{b}{2}; \quad x = 0; \quad h = h_0; \quad U_x = V_0; \quad U_y = 0; \tag{2}$$

– вдоль свободной границы потока (в силу симметрии потока «верхней»)

$$\mathrm{tg}\theta = \mathrm{tg}\alpha, \tag{3}$$

где θ – угол наклона вектора скорости с оси ОХ.

Условие (3) означает, что свободной границей является линия тока $y = f(x)$, где

$$y_x' = \mathrm{tg}\alpha. \tag{4}$$

При $x \to \infty$ вдоль крайней верхней линии тока

$$\theta \to \theta_{\max}; \tag{5}$$

$$h \to 0; \quad V \to V_{\max} = \sqrt{2gH_0}, \tag{6}$$

где H_0 – постоянная для всего потока [14, 15].

Общие теоретические положения и выводы, которыми необходимо пользоваться при решении задачи

В [1] теоретически доказано, что при формулировке задачи по свободному растеканию потока необходимо:

– во-первых, удовлетворить условия (1)-(6);

– во-вторых, необходимо пользоваться теоретическим положением: двухмерный в плане равномерный поток можно сопрячь с течением общего вида только посредством промежуточной простой волны.

К сожалению, известные публикации авторов [14, 15, 16, 17] показывают, что они не учитывали в своих исследованиях второго фундаментального положения теории двухмерных в плане потенциальных водных потоков, а решали аналитически задачу, пытаясь найти решение задачи, которое удовлетворяет и системе (1) и граничным условиям (2)-(6). Однако удовлетворить полностью условия (2)-(6) они не смогли, что повлияло далее на адекватность модели. Поэтому решение задачи свободного растекания стационарного потенциального двухмерного в плане потока является актуальной задачей и в настоящее время.

В данной работе представлено продолжение работ авторов [18-28].

Целью работы является обоснование необходимости продолжения теоретических исследований с учётом сформулированных замечаний и формулировка задач, подлежащих исследованию, вытекающих из поставленной цели.

Формулировка задач, подлежащих решению для достижения основной цели (для аспирантов, молодых учёных)

1. Решить граничную задачу свободного растекания потенциального потока с учётом промежуточного течения – простой волны.

1.1. Выбрать из возможных вариантов течения общего вида [2], то, которое наилучшим образом соответствует повышению адекватности модели, т.е. физике реального течения потока.

1.2. Решить задачу по определению всего спектра параметров потока при его свободном растекании.

1.3. Проверить сравнением теоретических результатов с экспериментальными адекватность модели.

Далее отметим, что аналитический метод решения задачи авторами [15-17] с использованием плоскости годографа скорости является несмотря на существенный недостаток (отмеченный ранее по тексту) наиболее перспективным для определения течения общего вида по сравнению с методами, используемыми другими авторами [29, 30].

Описание метода с использованием плоскости годографа скорости

По аналогии с изучением динамики совершенного газа С.И. Чаплыгиным [31] авторы пользовались промежуточной плоскостью – плоскостью годографа скорости для изучения двухмерных в плане потенциальных потоков [15 - 17].

В плоскости годографа скорости независимыми параметрами являются:

θ – угол наклона вектора местной скорости потока жидкости к продольной оси симметрии потока OX;

τ – параметр, зависящий от величины местной скорости потока

$$\tau = \frac{V^2}{2gH_0}, \tag{7}$$

где g – ускорение силы тяжести;

H_0 – постоянная в интеграле Д. Бернулли для полного гидродинамического напора.

Система уравнений движения потока в плоскости годографа скорости имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\varphi}{\partial\theta} = \dfrac{2h_0}{H_0}\cdot\dfrac{\tau}{1-\tau}\cdot\dfrac{\partial\psi}{\partial\tau}; \\ \dfrac{\partial\varphi}{\partial\tau} = \dfrac{h_0}{2H_0}\cdot\dfrac{3\tau-1}{\tau(1-\tau)^2}\cdot\dfrac{\partial\psi}{\partial\theta}. \end{cases} \tag{8}$$

h_0 – глубина потока на выходе из трубы;

$\varphi = \varphi(\tau, \theta)$ – потенциальная функция;

$\psi = \psi(\tau, \theta)$ – функция тока;

φ, ψ – зависимые переменные – функции τ, θ.

Кроме того, справедлив интеграл Д. Бернулли для двухмерных в плане потенциальных потоков:

$$\frac{V^2}{2g} + h = H_0 \tag{9}$$

и формулы для определения скорости и глубины потока:

$$V = \tau^{1/2}\sqrt{2gH_0}; \quad h = H_0(1 - \tau). \tag{10}$$

$\frac{1}{3} < \tau_0 \le \tau \le 1$ – пределы изменения независимой переменной τ

$$\frac{1}{3} < \tau \le 1 \text{ – для бурных потоков.} \tag{11}$$

Для перехода в плоскость OXY плана течения потока справедлива дифференциальная связь между планом [14, 15] течения потока и плоскостью годографа скорости:

$$d(x + iy) = \frac{1}{\tau^{1/2}\sqrt{2gH_0}}\left[d\varphi + i\frac{h_0}{H_0(1 - \tau)}d\psi\right]e^{i\theta}, \tag{12}$$

где $i = \sqrt{-1}$ – комплексная единица.

Метод решения граничной задачи основывается на существовании аналитических решений системы (8).

Для решения задачи авторами [15, 16] бралось аналитическое решение системы (8) в виде

$$\psi = A\frac{\sin\theta}{\tau^{1/2}}; \quad \varphi = A\frac{h_0}{H_0}\cdot\frac{\cos\theta}{\tau^{1/2}(1 - \tau)}. \tag{13}$$

Или в несколько ином виде [16, 17], но ни одно из них не удовлетворяло граничным условиям (2)-(6).

К примеру для крайней линии тока в точке на кромке трубы при $y = \dfrac{b}{2}$ должно выполняться условие

$$\theta = 0; \quad \tau = \tau_0; \quad \psi = A\frac{\sin(O)}{\tau_0^{1/2}} = \frac{Q}{2} = \frac{V_0 b}{2}, \tag{14}$$

где $Q/2$ – половина объёмного расхода потока, отнесённая к глубине потока h_0.

Равенство (14) не может быть выполнено, так как

$$\sin 0 = 0; \quad \frac{V_0 b}{2} \neq 0. \tag{15}$$

При поиске решения задачи в несколько ином виде для функции тока [17]:

$$\psi = A_1\frac{\sin\theta}{\tau^{1/2}} + A_2\tau^{1/2}\left(1 - \frac{\tau}{2}\right)\sin\theta. \tag{16}$$

Или в виде:

$$\psi = \sin\theta \cdot \left[C_1\frac{(1-\tau)^2}{\tau^{1/2}} + \frac{C_2}{\tau^{1/2}}\right] \tag{17}$$

также обнаруживается, что нельзя удовлетворить граничные условия (2)-(6).

Однако решения, найденные авторами [14-17], можно использовать, в общем течении потока несколько уходя от кромки выходной трубы и от свободных границ потока, т.е. переносу внутрь области свободного растекания потока, используя течение – простая волна. При этом простая волна начинается несколько правее кромки выходной трубы, подающей воду, и ниже граничной крайней линии тока.

Схема растекания потока с течением простая волна будет приведена и запатентована далее в публикациях Александровой М.С. после утверждения темы кандидатской диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. в ЮРГПУ.

Таким образом, стыкуя общие положения теории двухмерных в плане потенциальных потоков с положительным опытом, полученным исследователями ранее (с пользованием плоскости годографа скорости), можно решить поставленную задачу и устранить недостатки, присущие в настоящее время аналитическому методу с использованием плоскости годографа скорости, как наиболее перспективному из имеющихся в теоретической базе методов.

Выводы

1. Цель работы достигнута – доказана теоретически и экспериментально необходимость дальнейших исследований.

2. Сформулированы задачи, которые необходимо выполнить, решить для получения адекватного реальному процессу результата решения задачи свободного растекания бурного потока всему спектру параметров.

3. Исследования по определению всего спектра параметров стационарного открытого двухмерного в плане потенциального потока при его истечении из безнапорной трубы в широкое горизонтальное гладкое русло необходимо продолжить.

4. Модель необходимо строить с учётом сопряжения равномерного потока с радиальным потоком в виде простой волны.

Литература

1. Справочник по гидравлике [Текст] / Под ред. В.А. Большакова. – 2-е изд., перераб. и доп. – Киев: Выща школа, 1984. – 343 с.
2. Емцев Б.Т. Двухмерные бурные потоки [Текст] / Б.Т. Емцев. – М.: Энергоиздат, 1967. – 212 с.
3. Высоцкий Л.И. Гидравлический расчет рассеивающих трамплинов методом продольных аппроксимаций [Текст] / Л.И. Высоцкий. – МИСИ им. В.В. Куйбышева, 1960.
4. Волченков Г.Я. Пособие по гидравлическим расчетам малых водопропускных сооружений [Текст] / Г.Я. Волченков.- М.: Транспорт, 1992.- 408 с.
5. Лаврентьев М.А. Проблемы гидродинамики и их математические решения [Текст] / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат.- изд. 2-е.- М.: Наука, 1977.- 408 с.
6. Седов Л.И. Механика сплошной среды [Текст] / Л.И. Седов.- изд. 5-е., испр.- М.: Наука, 1994.- 528 с.
7. Владимиров В.С. Уравнения математической физики [Текст] / В.С. Владимиров.- изд. 4-е.- М.: Наука, 1981.- 512 с.
8. Курант Р. Уравнения с частными производными [Текст] / Р. Курант.- М.: Мир, 1964.- 830 с.
9. Есин А.И. Задачи технической механики жидкости в естественных координатах / ФГОУ ВПО «Саратовский ГАУ». Саратов, 2003. 144 с.
10. Шетерлинхт Д.В. Гидравлика.- изд. 3-у, перераб.- М.: Колос, 2005.- 656 с.
11. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа.- 5-е изд.- М.: Наука, 1978.- 736 с.

12. Дмитриевский В.И. Гидромеханика [Текст] / Д.Н. Попов, С.С. Понайотти, М.В. Рябинин.- М.: Изд-во «Морской транспорт», 1962.- 384 с.
13. Попов Д.Н. Гидромеханика [Текст] / Д.Н. Попов, С.С. Понайотти, М.В. Рябинин.- М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.- 384 с.
14. Коханенко В.Н. Моделирование одномерных и двухмерных открытых водных потоков [Текст]: монография / В.Н. Коханенко, Я.В. Волосухин, В.В. Ширяев, Н.В. Коханенко; под общей ред. В.Н. Коханенко. – Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2007. – 168 с.
15. Коханенко В.Н. Моделирование бурных двухмерных в плане водных потоков [Текст]: Монография / В.Н. Коханенко, Я.В. Волосухин, М.А. Лемешко, Н.Г. Папченко; под общей ред. В.Н. Коханенко. – Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2013. – 180 с.
16. Коханенко В.Н. Решение задачи свободного растекания потока за безнапорными водопропускными отверстиями / В.Н. Коханенко, А.И. Кондратенко, М.Ю. Косиченко, В.И. Лидневский и др. / Изв. вузов. Сев.-Кавк. Регион. Естественные науки. - 2017. - № 2. - С. 15-25
17. Косиченко Н.В. Исследование и моделирование процесса свободного растекания бурного потока за водопропускными сооружениями [Текст]: автореф. дисс. на соиск. уч. степен. канд. техн. наук: 05.23.16: Косиченко Наталья Викторовна.- М., 2011, 24 с.
18. Александрова М.С. Метод аналогий между гидравликой двухмерных в плане водных потоков и газовой динамикой // Строительство и архитектура. – 2020. – Т. 8, Вып. 2 (27). – С. 49-52. DOI 10.29039/2308-0191-2020-8-2-49-52.
19. Коханенко В.Н., Бурцева О.А., Александрова М.С. Двухмерный в плане вихреисточник // Строительство и архитектура. – 2020. – Т. 8, Вып. 2 (27). – С. 44-48. DOI 10.29039/2308-0191-2020-8-2-44-48.
20. Коханенко В.Н., Александрова М.С. Алгоритм сопряжения двухмерных в плане равномерного и радиального потоков // Известия ВУЗов Северо-Кавказский регион. Технические науки.– 2020. – № 3. – С. 18-21. DOI 10.17213/1560-3644-2020-3-18-21.
21. Коханенко В.Н., Александрова М.С. Метод решения граничных задач по течению двухмерных в плане потенциальных потоков с использованием преобразования С.А. Чаплыгина // Известия Вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. - 2020. - № 4 (208). - С. 19-22. DOI 10.1017213/1560-3644-2020-4-19-22
22. Александрова М.С. Схема использования простых волн при свободном растекании потока // Студенческая научная весна – 2020: матер. Региональной науч.-техн. конф. студ., аспирантов и молодых ученых вузов Ростовской области, г. Новочеркасск, 13-14 мая 2020 г., Юж.-Росс. гос. политехн. ун-т (НПИ) имени М.И. Платова.- Новочеркасск: ЮРГПУ (НПИ), 2020. – С. 7.
23. Kokhanenko V.N., Burtseva O.A., Aleksandrova M.S. Two-dimensional plan source, vortex and vortex source // (2021) IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 1029 (1) 012023 DOI:10.1088/1757-899X/1029/1/012023
24. Kondratenko A.I., Aleksandrova M.S. Estimation of a motion equations system of a potential two-dimensional in a water flow plan to dimensionless form // (2021) IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 1030 (1) 012122. DOI:10.1088/1757-899X/1030/1/012122
25. Александрова М.С. Простые волны в теории двухмерных в плане водных потоков и схема их использования для свободного растекания потока // Строительство и архитектура. 2020. Т. 8, № 3 (28). С. 47-50. DOI 10.29039/2308-0191-2020-8-3-47-50.
26. Коханенко В.Н., Александрова М.С. Метод решения задачи свободного растекания бурного потенциального потока за безнапорной трубой // Строительство и архитектура. 2020. Т. 8, № 3 (28). С. 83-87. DOI 10.29039/2308-0191-2020-8-3-83-87.
27. Коханенко В.Н., Александрова М.С. Сопряжение двух равномерных потоков // Строительство и архитектура. 2020. Т. 8, № 4 (29). С. 83-86. DOI 10.29039/2308-0191-2020-8-4-83-86.

28. Коханенко В.Н., Александрова М.С., Кондратенко А.И. Модель процесса свободного растекания двухмерного в плане водного потока за безнапорными отверстиями // Вестник МГСУ. 2021. Т. 16. Вып. 1. С.. DOI: 10.22227/1997-0935.2020.1.
29. Шеренков И.А. Расчет растекающегося бурного потока за выходными оголовками водопропускных сооружений [Текст] / И.А. Шеренков // Тр. Объединенного семинара по гидроэнергетическому и водохозяйственному строительству. – Вып. 1. – Харьков. – 1958.
30. Милитеев А.Н. Метод расчета сопряжения бьефов в пространственных условиях [Текст] / А.Н. Милитеев, Н.П. Тогунова// Гидравлика сооружений оросительных систем: тр. НИМИ.- Новочеркасск, 1976.- Т. 18.- Вып. 5.- С 180-194.
31. Чаплыгин С.А. Механика жидкости и газа. Математика. Общая механика [Текст]: Избранные труды / С.А. Чаплыгин. – М.: Наука, 1976. – 496 с.