УДК 624.04

УСТОЙЧИВОСТЬ ПЛОСКОЙ ФОМЫ ИЗГИБА ДЕРЕВЯННОЙ БАЛКИ С УЧЕТМ ПОЛЗУЧЕСТИ

Лапина Анастасия Павловна
аспирант кафедры «Сопротивление материалов» ФГБОУ ВО «Донской государственный технический университет» (г. Ростов-на-Дону, ул. Социалистическая, 162), Россия
e-mail: nastya-l1@yandex.ru ;

Аннотация: В статье рассматривается задача бокового выпучивания деревянной балки прямоугольного сечения с учетом начальных несовершенств в условиях ползучести. Представлен алгоритм численного решения. В качестве закона ползучести используется линейное уравнение Максвелла-Томпсона. Исследуется характер роста прогиба балки при различных уровнях нагрузки и вводится новый критерий для определения критического времени.

Ключевые слова: деревянная балка, устойчивость, ползучесть, боковое выпучивание, критическое время.

WOODEN BEAM FLAT BENDING SHAPE STABILITY TAKING THE CREEP INTO ACCOUNT

Anastasya Lapina

postgraduate student of the department “Strength of materials”, Don State Technical University;

e-mail: nastya-l1@yandex.ru ;

Abstract. The article deals with the problem of lateral buckling of a wooden beam of rectangular cross-section, taking into account the initial imperfections under creep conditions. An algorithm for the numerical solution is presented. The linear Maxwell-Thompson equation is used as the creep law. The character of the growth of the deflection of the beam at various load levels is investigated and a new criterion is introduced to determine the critical time.

Keywords: timber beam, stability, creep, lateral buckling, critical time.

Постановка задачи. В настоящей статье рассматривается задача устойчивости плоской формы деформирования деревянной балки прямоугольного поперечного сечения в условиях ползучести с учетом начальных несовершенств. Явление потери устойчивости при ползучести исследуем на примере консольной балки, загруженной сосредоточенной силой

F на конце (рис. 1). Начальное несовершенство задано в виде эксцентриситета приложения нагрузки e.

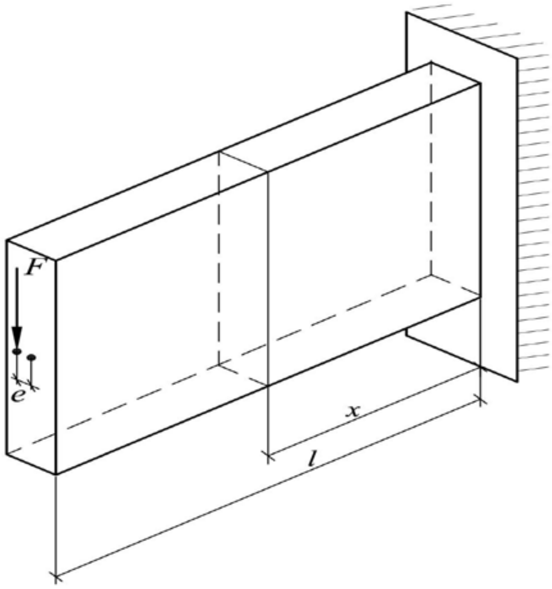

Рис. 1. Расчетная схема

В качестве закона ползучести воспользуемся линейным уравнением Максвелла-Томпсона, имеющим вид:

$$\frac{\partial \varepsilon^*}{\partial t} = \frac{1}{nE}\left[\left(1 - \frac{E_{дл}}{E}\right)\sigma - E_{дл}\varepsilon^*\right], \tag{1}$$

где ε^* – деформация ползучести, σ – нормальное напряжение, E – мгновенный модуль упругости материала (E = 1,48·10^4 МПа [1]), $E_{дл}$ – длительный модуль деформации ($E_{дл}$ = (0,6÷0,5)·E = 10^4 МПа [2]), n – время релаксации (n = 10÷25 сут, обычно принимают n = 18 сут).

Применительно к сдвиговым деформациям перепишем уравнение (1) в виде:

$$\frac{\partial \gamma^*}{\partial t} = \frac{1}{nG}\left[\left(1 - \frac{G_{дл}}{G}\right)\tau - G_{дл}\gamma^*\right], \tag{2}$$

где G и $G_{дл}$ соответственно мгновенный и длительный модули сдвига материала.

Для расчетов примем G = 500 МПа в соответствии с СП 64.13330.2017 , а $G_{дл}$ = 0,675G = 338 МПа.

Потеря устойчивости плоской формы изгиба сопровождается деформациями кручения. Для задачи кручения бруса некруглого поперечного сечения нами ранее в работе [3] было получено соотношение, устанавливающее связь между крутящим моментом и углом закручивания θ с учетом ползучести:

$$M_к = GI_к \frac{d\theta}{dx} - M_к^*, \tag{3}$$

где $M_к^* = G\int_A (-\gamma_{xy}^* z + \gamma_{xz}^* y) dA.$

Касательные напряжения в поперечном сечении при известном угле закручивания можно определить из дифференциального уравнения [3]:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -2G\frac{d\theta}{dx} + G\left(\frac{\partial \gamma_{xz}^*}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}^*}{\partial z}\right), \tag{4}$$

где Ф – функция напряжений, введенная по формулам:

$$\tau_{xy} = \frac{\partial \Phi}{\partial z}; \tau_{xz} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y}. \tag{5}$$

Для анализа устойчивости рассматриваемой балки будем использовать дифференциальное уравнение, полученное ранее в [4]. В случае, если начальные несовершенства заданы только эксцентриситетом приложения нагрузки, оно примет вид:

$$GI_к \frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{d\left(GI_к\right)}{dx}\frac{d\theta}{dx} + \left(\frac{M_y^2}{EI_z} + qa\right)\theta = \frac{dM_к^*}{dx} - qe - \frac{M_y M_z^*}{EI_z}. \tag{6}$$

Здесь $M_z^* = E\int_A \varepsilon_x^* \cdot y dA$. Для рассматриваемого нами случая $q = 0$, $M_y = -F(l-x)$.

Соответствующие рис. 1 граничные условия записываются в виде:

$$\begin{gathered} x = 0 : \theta = 0; \\ x = l : M_к = Pe = GI_к \frac{d\theta}{dx} - M_к^*. \end{gathered} \tag{7}$$

Методика расчета. Для расчета был разработан алгоритм, представленный на рис. 2. Расчет выполняется пошагово, на первом этапе решается упругая задача в момент времени $t = 0$.

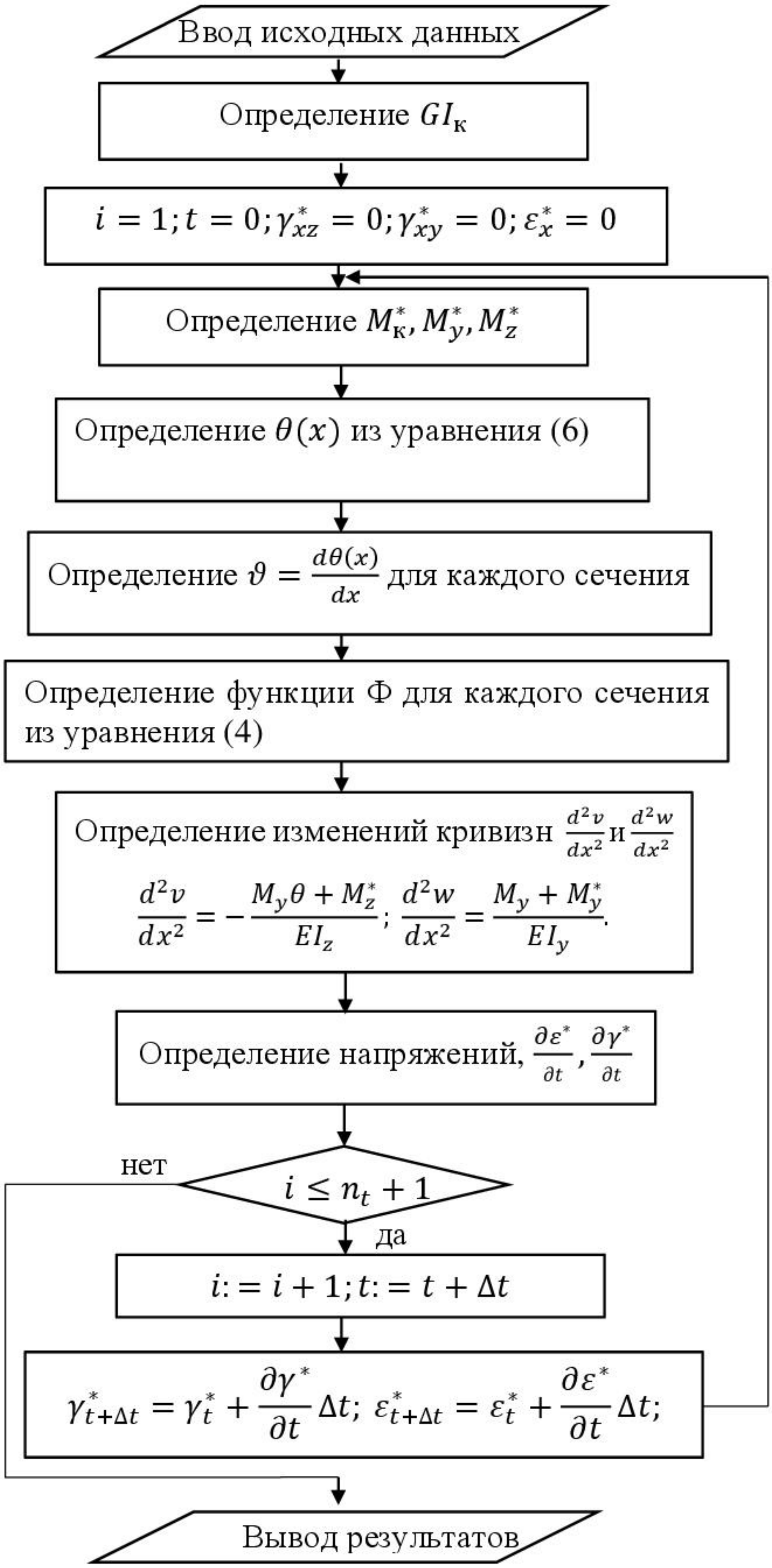

Рис. 2. Алгоритм расчета

Решение уравнения (6) выполняется численно методом конечных разностей (МКР), для чего вводится равномерная сетка по x. Для определения напряжений в каждом поперечном сечении используется уравнение (4), которое также решается при помощи МКР, при этом вводится сетка по y и z. Деформации ползучести в момент времени $t+\Delta t$ определяются по деформациям в момент времени t с применением метода Эйлера.

Результаты и обсуждение. Расчет выполнялся при следующих исходных данных: $l = 3$ м, $h = 15$ см, $b = 5$ см, $e = 0{,}1$ см. Для идеальной упругой балки потеря устойчивости происходит при следующей величине критической силы [5]:

$$F_{кр} = \frac{4{,}01}{l^2}\sqrt{GI_к EI_z}. \qquad (1)$$

В работах [6-8] было показано, что для сжатых стержней можно получить величину длительной критической силы, если заменить мгновенные характеристики материала на длительные. По аналогии была введена величина длительной критической нагрузки $F_{дл} = 4{,}01\sqrt{G_{дл} I_к E_{дл} I_z} \,/\, l^2$ для рассматриваемой балки и исследовалось ее поведение при $F < F_{дл}$, $F = F_{дл}$ и $F > F_{дл}$.

На рис. 3 представлены графики изменения во времени максимальной величины угла закручивания при трех значениях нагрузки (F = 2 кН < $F_{дл}$, F = 2,26 кН = $F_{дл}$ и F = 2,4 кН > $F_{дл}$). При нагрузке меньше длительной критической скорость роста перемещений во времени затухает. При $F = F_{дл}$ перемещения растут с постоянной скоростью, и при $F > F_{дл}$ скорость роста перемещений возрастает во времени.

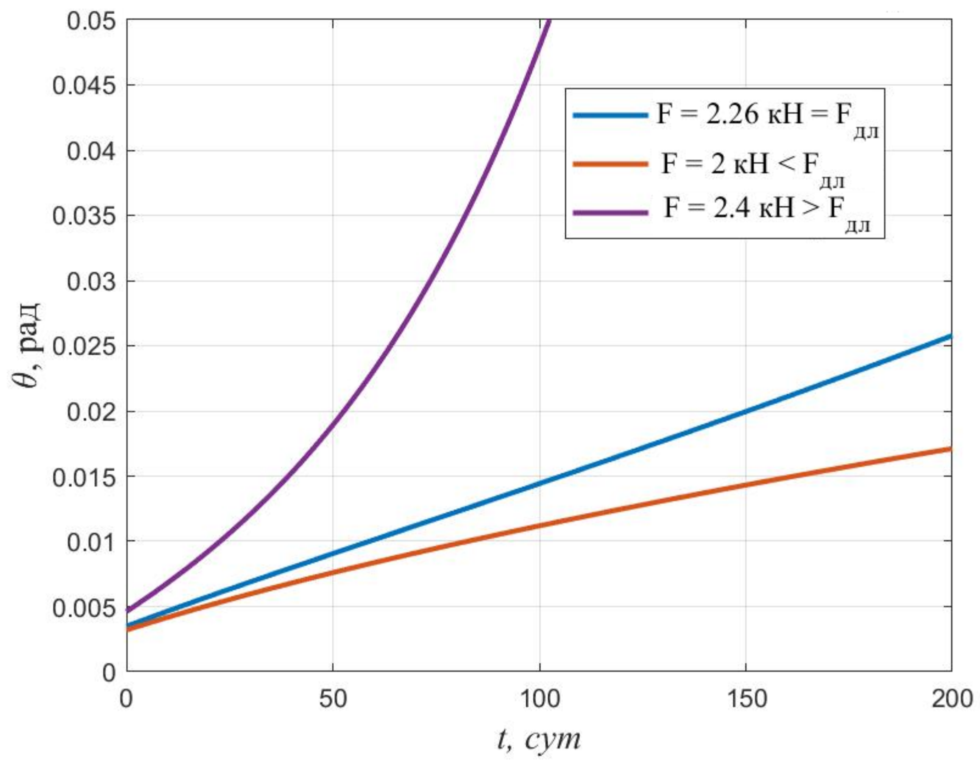

Рис. 3. Изменение во времени максимального угла закручивания при различных величинах силы F

Также исследовалось влияние начальных несовершенств на процесс ползучести при $F > F_{дл}$. На рис. 4 показаны графики роста максимальной величины угла закручивания при $F = 2{,}4$ кН для различных значений эксцентриситета e. Из представленных графиков видно, что, если за критерий потери устойчивости принимать величину перемещений, либо скорость их роста, начальные несовершенства оказывают существенное влияние на величину критического времени. Таким образом, нагрузки, действующие на балку, не должны превышать длительную критическую.

Довольно интересная картина наблюдается на графиках изменения во времени максимальных величин нормальных напряжений. До определенного момента времени, несмотря на рост угла закручивания, нормальные напряжения убывают, но затем начинают возрастать. Из рис. 5 видно, что чем выше величина эксцентриситета e, тем раньше наступает момент, с которого нормальные напряжения начинают расти. Время, соответствующее точке экстремума на графиках σ_{max} (t), можно принять за критическое.

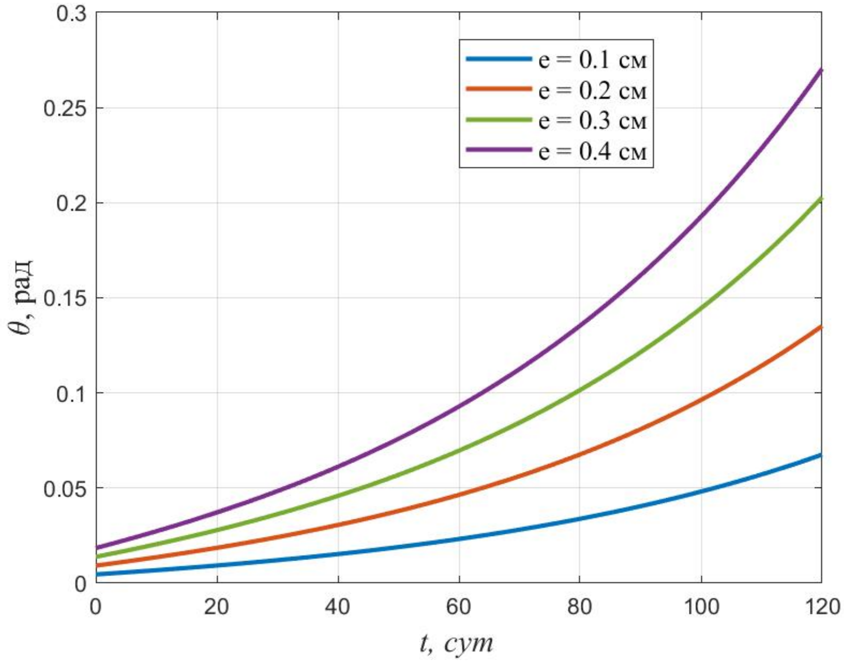

Рис. 4. Рост максимальной величины угла закручивания при различных значениях эксцентриситета *e*

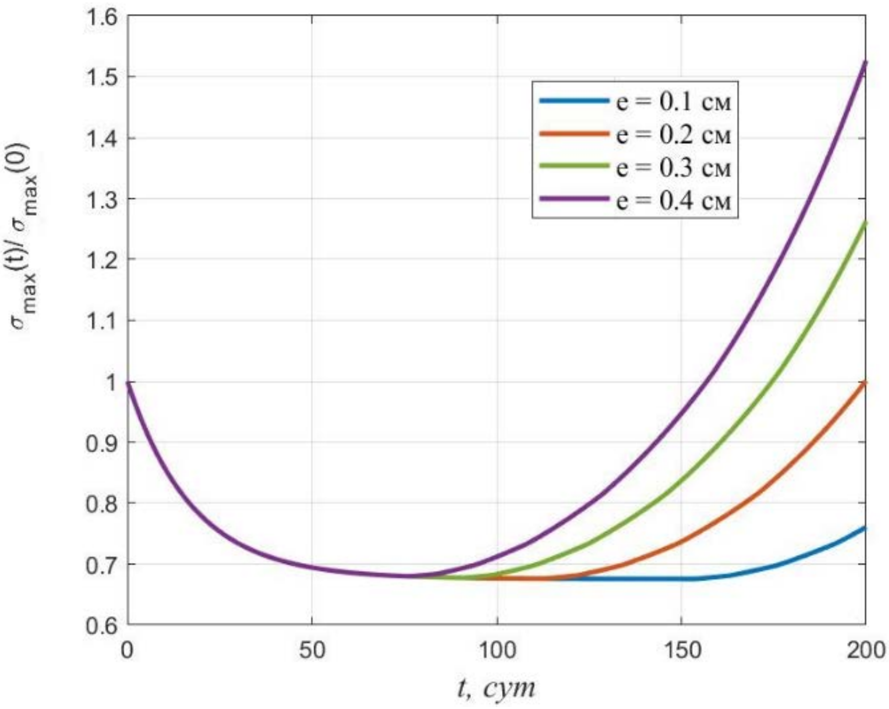

Рис. 5. Изменение во времени максимальной величины нормальных напряжений по отношению к первоначальным значениям

Касательные напряжения τ_{xy} и τ_{xz}, в отличие от нормальных, во времени только возрастают.

Выводы. Разработана методика расчета деревянных балок прямоугольного сечения на устойчивость плоской формы изгиба с учетом ползучести. По аналогии со сжатыми стержнями введена величина длительной критической нагрузки и исследован характер роста прогиба при различных уровнях нагружения. Предложен новый критерий для определения критического времени, основанный на характере изменения во времени максимальных нормальных напряжений.

Литература

1. Пятикрестовский, К.П. К вопросу о выборе модулей упругости при расчете деревянных конструкций на прочность, устойчивость и по деформациям / К.П.Пятикрестовский // Строительная механика и расчет сооружений.– 2012.– № 6.– С. 73–79.
2. Вареник, К. А. Расчет центрально-сжатых деревянных элементов с учетом ползучести: дисс. ... канд. техн. наук: 05.23.01 / К.А. Вареник. – Великий Новгород, 2015. – 167 с.
3. Лапина, А.П. Расчет вязкоупругих стержней некруглого поперечного сечения на свободное кручение / А.П. Лапина, И.М. Зотов, А.С. Чепурненко, Б.М. Языев // Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. – 2020. – № 2. – С. 144-152.
4. Zotov, I.M. Calculation of the Rectangular Cross-Section Beams On the Side Buckling Taking into Account Creep / I.M. Zotov, A.P. Lapina, A.S. Chepurnenko, B.M. Yazyev //IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. – 2019. – Vol. 661. – URL: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/661/1/012004/pdf
5. Тимошенко, С.П. Устойчивость упругих систем. / С.П. Тимошенко. – Л., М.: Гостехиздат, 1946. – 532 с.
6. Чепурненко, А.С. Энергетический метод при расчете на устойчивость сжатых стержней с учетом ползучести / А. С. Чепурненко, В. И. Андреев, Б. М. Языев // Вестник МГСУ. — 2013. — №1. — С. 101–108.
7. Никора, Н.И. Определение длительных критических нагрузок для сжатых полимерных стержней при нелинейной ползучести / Н. И. Никора, А. С. Чепурненко, С. В. Литвинов // Инженерный вестник Дона — 2015. — № 1, ч. 2. — URL: http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2796
8. Andreev, V.I. Energy method in the calculation stability of compressed polymer rods considering creep / V. I. Andreev, A. S. Chepurnenko, B. M. Yazyev // Advanced Materials Research. — 2014. — Т. 1004-1005. — С. 257-260

References

1. Pyatikrestovskiy, K.P. K voprosu o vybore moduley uprugosti pri raschete derevyannykh konstruktsiy na prochnost', ustoychivost' i po deformatsiyam [On the question of the choice of elasticity modules in the calculation of wooden structures for strength, stability and deformation] / K.P.Pyatikrestovskiy // Stroitel'naya mekhanika i raschet sooruzheniy. 2012. No. 6. Pp. 73–79.
2. Varenik, K. A. Raschet tsentral'no-szhatykh derevyannykh elementov s uchetom polzuchesti [Calculation of centrally compressed wooden elements taking into account creep]: dissertation for degree of candidate of technical sciences: 05.23.01 / K.A. Varenik. Velikiy Novgorod, 2015. 167 p.
3. Lapina, A.P. Raschet vyazkouprugikh sterzhney nekruglogo poperechnogo secheniya na svobodnoye krucheniye [Calculation of viscoelastic rods of non-circular cross section for free torsion] / A.P. Lapina, I.M. Zotov, A.S. Chepurnenko, B.M. Yazyev // Vestnik Dagestanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Tekhnicheskiye nauki. 2020. No. 2. Pp. 144-152.
4. Zotov, I.M. Calculation of the Rectangular Cross-Section Beams On the Side Buckling Taking into Account Creep / I.M. Zotov, A.P. Lapina, A.S. Chepurnenko, B.M. Yazyev //IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. 2019. Vol. 661. URL: https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/661/1/012004/pdf
5. Timoshenko, S.P. Ustoychivost' uprugikh system [Stability of elastic systems]. / S.P. Timoshenko. L., M.: Gostekhizdat, 1946. 532 p.
6. Chepurnenko, A.S. Energeticheskiy metod pri raschete na ustoychivost' szhatykh sterzhney s uchetom polzuchesti [Energy method for calculating the stability of compressed rods taking into account creep] / A. S. Chepurnenko, V. I. Andreev, B. M. Yazyev // Vestnik MGSU. 2013. No. 1. Pp. 101–108.
7. Nikora, N.I. Opredeleniye dlitel'nykh kriticheskikh nagruzok dlya szhatykh polimernykh sterzhney pri nelineynoy polzuchesti [Determination of long-term critical loads for compressed polymer rods at nonlinear creep] / N. I. Nikora, A. S. Chepurnenko, S. V. Litvinov // Inzhenernyy vestnik Dona. 2015. No. 1, part 2. URL: http://ivdon.ru/ru/magazine/archive/n1p2y2015/2796
8. Andreev, V.I. Energy method in the calculation stability of compressed polymer rods considering creep / V. I. Andreev, A. S. Chepurnenko, B. M. Yazyev // Advanced Materials Research. 2014. Vol. 1004-1005. Pp. 257-260